

基于模拟退火算法的数字岩心建模方法

赵秀才¹, 姚 军¹, 陶 军¹, 衣艳静²

(1. 中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东东营 257061;

2. 中油国际海外研究中心, 北京 100083)

摘 要: 简要介绍了模拟退火算法, 给出了用于建立数字岩心的三个重要参考函数: 孔隙度、两点概率函数和线性路径函数. 详细阐述了基于模拟退火算法建立数字岩心的理论方法, 介绍了算法中重要参数的设置方法, 包括初始温度、降温条件、降温方案及运行终止条件. 通过实例运算验证了上述理论的适用性, 研究表明: 模拟退火算法可以有效降低系统能量, 在局部范围内能明显体现孔隙空间特征; 由于受到输入建模资料所含信息量的限制, 所生成的数字岩心孔隙分布较凌乱, 整体连通性差, 因而期待新的建模参考函数的开发.

关键词: 模拟退火; 数字岩心; 孔隙空间; 两点概率函数; 线性路径函数

中图分类号: O 224

文献标识码: A **文章编号:** 1000-4424(2007)02-0127-07

§1 引言

合理完善的微观渗流理论是实现微观尺度上大幅度提高原油采收率技术的基础, 数字岩心作为微观渗流理论的研究平台发挥着至关重要的作用. 如文献[1]中所述, 用于构建数字岩心的方法有多种, 模拟退火(Simulated Annealing, 下文以 SA 简称模拟退火)算法作为以岩心薄片分析为基础的图像重建技术之一早有学者研究^[2-4], 由于它不仅能够考虑多个建模参考函数、丰富建模输入资料, 还可适用于不同岩石类型, 因而较高斯场^[5]和基于过程模拟^[6]的建模方法具有一定优势.

§2 SA 算法简介

SA 算法是一种模拟物理过程——退火的最优化算法, 它的最早思想由 Metropolis 在 1953 提出. 根据统计热力学研究, 某一温度 T 下, 物体原子能量的分布概率 P 满足

收稿日期: 2006-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(90610015)

Boltzman 方程, 当温度 T 非常缓慢的降低, 即经退火后, 物体将达到终止温度下原子能量为最低的平衡状态 SA 算法就是模拟在退火过程中原子能量的概率分布进行优化计算的. 定义在第 $(K+1)$ 次搜索时状态概率 P 的可接受准则如下:

$$P = \begin{cases} 1, & \Delta E \leq 0, \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right), & \Delta E > 0, \end{cases} \quad (1a)$$

$$P \sim \text{RAN}(1, 0), \quad (1b)$$

式中, $\Delta E = E^{k+1} - E^k$; T 为控制参数, 称“温度”; $\text{RAN}(1, 0)$ 为 $(0, 0, 1, 0)$ 内的随机数(由公式(1)所组成的判别准则称 Metropolis 准则). 这样, 搜索时既向性能指标“优化”的方向迭代, 又有一定概率接受性能指标“劣化”的状态. 开始时“温度”高, 接受“劣化”状态的概率大, 有利于跳出局部极值, 随着迭代次数的增加, 性能指标的改善, “劣化”状态的接受概率逐步减小; 缓慢的降低控制参数 T , 以使在终止温度下得到全局最优解.

§3 SA 算法数字岩心建模的参考函数

可用于数字岩心建模的参考函数有多种, 如孔隙度、两点概率函数、线性路径函数、孔隙尺寸分布函数等. 以岩心数据为基础计算得到的上述函数值包含了岩心骨架及孔隙空间的一些重要特征, 尤其是前三者. 孔隙尺寸分布函数等一些复杂函数由于计算量很大, 应用到建模中来会使退火速度大大减慢, 建模时间急剧增长, 此外它们很多是在三维数据的基础上计算得到的, 所以对于此处以岩心二维图像为基本输入资料且希望快速进行数字岩心建模的问题而言不适宜, 故此仅对本文用的前三个函数作简介.

3.1 孔隙度

假设多相系统中第 j 相所占区域为 v_j , 其在整个系统中的体积分数为 ϕ_j , 定义第 j 相的相函数为公式(2a); 对于仅考虑孔隙和岩石骨架的两相系统, 相函数简化为公式(2b); 此时, 两相系统孔隙度可由统计平均值(3)给出

$$Z^j(r) = \begin{cases} 1, & r \in v_j \\ 0, & r \notin v_j, \end{cases} \quad (2a)$$

$$Z(r) = \begin{cases} 1 & r \text{ 孔隙}, \\ 0, & r \notin \text{孔隙}, \end{cases} \quad (2b)$$

$$\phi_j = \overline{Z^j(r)}, \quad (3)$$

上式中, r 为系统中的某一点, $\overline{\quad}$ 表示统计平均(下文与此同).

3.2 两点概率函数

多相系统中第 j 相的两点概率函数定义如下:

$$S^j(r_1, r_2) = \overline{Z^j(r_1) \times Z^j(r_2)}, \quad (4a)$$

$$S^j(r) = \overline{Z^j(r) \times Z^j(r+r)}, \quad (4b)$$

式中 r_1, r_2 为系统中间隔一定距离 r (为计算方便, 令 r 的单位为体素数, 体素数与体素棱长的乘积即物理长度, 下文所有长度单位与此同. 对于二维图像 r 的单位是像素数)的任意两点. 对于各向同性系统, $S^j(r_1, r_2)$ 只取决于 r_1, r_2 两点的距离 $r = |r_1 - r_2|$, 因此 a 式可简化为

b 式 不难看出 $S^j(r)$ 具有以下性质: $S^j(0) = \phi$.

对于只考虑孔隙和骨架两相的系统而言, 建模过程中通常以孔隙相为研究对象, 故以 $S(r)$ 来简化表示. 两点概率函数表征了在系统中随机选取的两点同时分布于同一相中的概率. 一般情况下, $S(r)$ 曲线的长度截取至曲线达到某一稳定值或水平波动不大时即可 .

3.3 线性路径函数

线性路径函数 $L^j(r_1, r_2)$ 是描述多孔介质内同一相连通性能的重要函数, 定义:

$$L^j(r_1, r_2) = \overline{P(r_1, r_2)}, P(r_1, r_2) = \begin{cases} 1, & r_x = v_j, \\ 0 & \text{else,} \end{cases} \quad (5)$$

式中, r_x 为连接 r_1, r_2 线段上的任意点 .

在各向同性系统中, $L^j(r_1, r_2)$ 只取决于两点距离 r , 故表示式可简化为 $L^j(r)$. 对第 j 相相体积分数为 ϕ 的系统有 $L^j(0) = S^j(0) = \phi$, 此外, $L^j(r)$ 随 r 值的增大而减小, 直至为 0 与两点概率函数相同, 在数字岩心建模中以孔隙相为研究对象, $L^j(r)$ 可进一步简化为 $L(r)$. $L(r)$ 的计算长度选取到其值减小到 0 的值即可 .

§ 4 基于 SA 算法的数字岩心建模方法

本文以孔隙度 ϕ 和两点概率函数 $S(r)$ 及线性路径函数 $L(r)$ 为约束条件来重建两相 (孔隙空间和岩石骨架空间) 各向同性系统. $\phi, S(r), L(r)$ 均可通过用于建模的岩心图像计算得到. 设 $S_r(r), L_r(r)$ 分别为 SA 算法建立的数字岩心系统中与 $S(r), L(r)$ 相对应的函数, 则 SA 算法建模实际上是对系统不断优化直至 $S_r(r), L_r(r)$ 与 $S(r), L(r)$ 足够逼近为止 .

4.1 建模过程

首先随机生成孔隙度为 ϕ 的三维 0, 1 (0 表示岩石骨架, 1 代表孔隙) 数字岩心系统, 启动 SA 进程. 设某时刻计算出系统的 $S_r(r), L_r(r)$, 通过下式计算出此时系统 (称原系统) 的能量 E .

$$E = \sum_i \alpha_i [S_r(r_i) - S(r_i)]^2 + \sum_i \beta_i [L_r(r_i) - L(r_i)]^2, \quad (6)$$

式中, α_i, β_i 为对应不同自变量的函数的权重值 .

之后, 在孔隙空间和岩石骨架空间中分别随机选取一孔隙点和骨架点, 将两者位置互换得到一个新系统. 可见采用该方案生成新系统可以在整个优化过程中自动保持孔隙度与岩心图像孔隙度的一致性. 计算新系统的 $S_r(r), L_r(r)$ 和系统能量 E . 此时, 由 Metropolis 准则判断新系统是否被接受. 如果新系统被接受, 则用其更新原系统; 否则新系统被抛弃而原系统被保留下来, 从而使系统不断优化 .

在系统的整个优化过程中温度按照某种既定方案不断降低. 初始温度最高, 由 Metropolis 准则不难看出, 此时劣态系统的接受概率较大, 这将避免系统陷入局部极值而使其尽可能在全局范围内搜索最优结构; 之后温度不断降低, 从而降低劣态系统的接受概率以加快进化速度. 最终, 当系统温度足够低或在某一温度下系统更新失败的次数足够大时, 认为系统已被最优化 .

4.2 初始温度的设定

初始温度 T 可由退火开始时状态概率确定, 如果初始系统的最大能量为 $E^1 = E_{max}$ (默认 $E^0 = 0$), 设最初新状态的接受概率为90%, 则由式(6) 计算可得 $T = 10E_{max}$. 通常, 初始温度的值取 $T = (5 - 10)E_{max}$.

4.3 降温条件

降温条件即程序运行的内循环终止条件, 内循环是指在同一温度下对系统进行的更新循环. 由于系统更新是随机的, 故存在这样的可能: 系统刚刚降温后由于随机更新产生的新系统不合适导致能量回升. 此时如果将降温条件与系统更新条件定为相同, 即能量回升就结束内循环开始降温处理, 则导致在该温度下对整个解空间中搜索次数不够可能会漏掉一些性能优异的解. 为避免该情况发生, 采用以下方法. 记同一温度下系统更新的总次数为 N_{all} , 导致能量回升的失败更新的次数为 N_{fail} , 则定义更新失败率为: $f_{fail} = N_{fail} / N_{all}$. 如果 f_{fail} 大于某一临界值, 则认为该温度下继续更新对系统的性能不会有大的改进, 这时即可进行降温处理.

4.4 降温方案

这里采用一种较为简单的降温方案, 即等比降温方案: $T_{k+1} = \alpha \times T_k$. 其中, $0 < \alpha < 1$, α 越接近于1, 温度下降的越慢. 通常取 $\alpha > 0.9$ 以保证系统能够优化.

4.5 运行终止条件

一般取以下限制条件作为终止条件.

- A 温度降低到很低的程度
- B 相邻两温度下系统能量的变化很小.

§5 建模实例

5.1 初始建模资料及建模函数的提取

图1所示为实际岩心的CT 扫描图像经二值化处理后的结果, 其尺寸大小为 184×184 像素, 每个像素点对应的实际大小为 $5\mu m \times 5\mu m$. 图1中仅有两相: 黑色为岩石孔隙, 白色为岩石骨架(图5、图6与此同). 今以它为基本输入资料建立数字岩心(仅考虑岩石骨架和孔隙两相). 提取建模参考函数如下: 孔隙度 $\phi = 0.141$. 由公式(4)、(5) 分别计算两点概率函数 $S(r)$ 、线性路径函数 $L(r)$, 结果如图2所示. 可见, $S(r)$

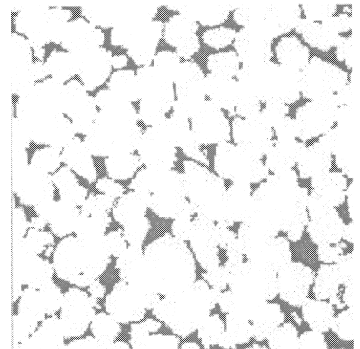


图1 真实岩心CT 图

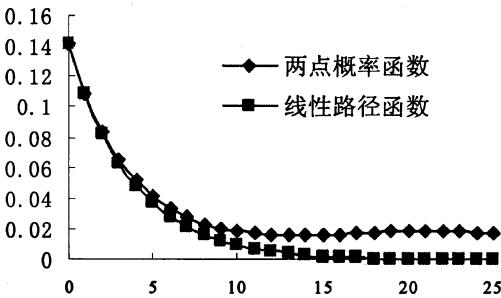


图2 真实岩心CT 图的概率、路径函数曲线

$= 0) = L(r = 0) = 0.141 = \phi$. 增到一定值后两点概率函数 $S(r)$ 值趋于稳定, 线性路径函数 $L(r)$ 值逐步减小直至为0, 与前述理论吻合.

5.2 模拟退火算法建模参数设置

以上述三个参考函数为基本输入资料, 采用 SA 算法进行数字岩心建模, 数字岩心的规模为 $184 \times 184 \times 184$ 体素, 两点概率函数及线性路径函数的取值长度均为25个体素, 建模所需参数设置如表1. 初始系统的产生方法为: 首先为

184 × 184 × 184个体素均赋初值0, 此后按照均匀分布随机选取184 × 184 × 184 × 0.141个点赋值1, 以此保证系统的孔隙度为0.141.

表1 模拟退火参数设置表

| 初始温度 | 系统降温比 | 内循环更新失败率 | 前后两次更新能量差 | 最低温度 |
|------|-------|----------|-----------|-----------|
| 0.02 | 0.95 | 0.2 | 10^{-7} | 10^{-8} |

考虑到数字岩心与真实岩心的两点概率函数和线性路径函数在函数自变量 r 较小时差异较大并随着 r 值的增大而减小, 故设定 α_i, β_i 的值在 $r \in [r_{\max}/2, r_{\max}]$ 范围内的1.5倍来突出差异, 加快优化速度, 取值如下:

$$\alpha_i = \begin{cases} 1.5, & 0 < r < 12, \\ 1, & \text{否则,} \end{cases} \quad \beta_i = \begin{cases} 1.5, & 0 < r < 12, \\ 1, & \text{否则.} \end{cases}$$

5.3 建模结果

将 SA 过程刚刚启动时随机生成的数字岩心称为初始岩心, 初始岩心经 SA 算法处理后输出的数字岩心称 SA 岩心, 由图3、4可以明显看出: 初始岩心与真实岩心差异很大, 无论两点概率函数还是线性路径函数与真实岩心的相差甚远, 反映了初始岩心的无序. 如图5所示, 孔隙点几乎均匀分布, 无法反映岩心孔隙空间的任何特征. 初始岩心经 SA 算法处理后性能显著改善, 其两点概率函数和线性路径函数与真实岩心的几乎完全吻合(最终系统的能量 $E < 10^{-6}$), 同时岩心孔隙空间特征明显且与图1中的孔隙形态类似, 见图6. 可见, SA 算法可以在建模参考函数的约束下对初始岩心进行有效的优化, 使系统能量达到最低; 同时从所建立的数字岩心的单层图像的效果来看, 该算法 also 具有很强的建模能力.

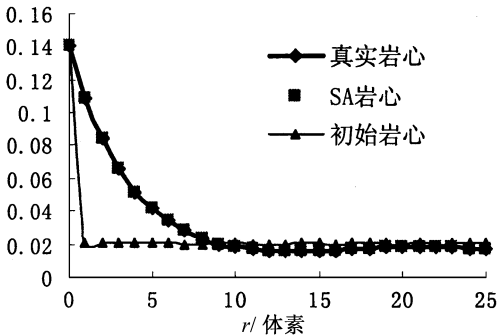


图3 不同系统两点概率函数比较

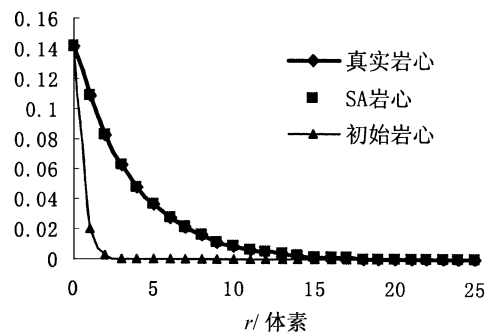


图4 不同系统线性路径函数比较

图7所示为取自 SA 岩心内部的一个体积单元(大小为100 × 100 × 100个体素)的透视图, 蓝色部分为孔隙, 骨架空间透明. 可明显看到, SA 算法构建的岩心系统, 孔隙分布较为凌乱, 整体的连通性较差, 与真实岩心有较大差异, 这主要是由于参考函数较少, 岩心骨架及孔隙空间的特征并未充分涵盖造成的. 然而如前所述, 目前所定义的几个参考函数除本文所应用的三个外, 其他函数在建模时的应用受到很大限制, 因此找到一种基于二维图像、能充分反映图像特征且易于计算的函数将对拓展 SA 算法建模的实用性大有裨益.

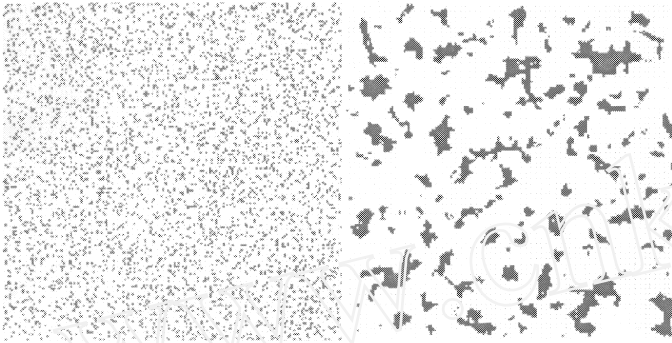


图5 初始岩心单层图

图6 SA 岩心单层图

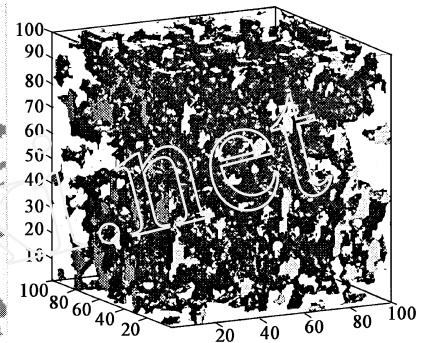


图7 SA 岩心透视图

§6 结 论

(1) 基于 SA 算法的数字岩心建模方法是一种直接以岩心二维图像为基础的便捷可行的建模方法 SA 算法可以有效地优化随机系统, 在建模参考函数的约束下, 它可以使系统的能量降低到最小值。

(2) 基于 SA 算法的数字岩心建模方法可将用于建模的岩心图像的特征有效转化出来, 体现在输出系统中; 生成的数字岩心其单层图像中具有与建模图像中类似的孔隙形态特征。

(3) 受到建模输入资料的限制, 当前所输出的数字岩心系统的孔隙空间分布较为凌乱, 整体连通性较差, 同真实岩心仍有不小差距, 弥补该缺陷的一个可探讨思路为开发新的建模参考函数, 要求它基于二维数据, 计算简单并能充分包含岩心切片图像的信息。

参考文献:

- [1] 姚军, 赵秀才, 衣艳静, 等. 数字岩心技术的发展及展望[J]. 油气地质与采收率, 2005, 12(6): 52-54
- [2] Hazlett R D. Statistical characterization and stochastic modeling of pore networks in relation to fluid flow [J]. Mathematical Geology, 1997, 29(6): 801-822
- [3] Yeong C L Y, Torquato S. Reconstructing random media II, three-dimensional media from two-dimensional cuts[J]. Phys Rev E, 1998, 58(1): 224-233
- [4] Manwart C, Torquato S, Hilfer R. Stochastic reconstruction of sandstones[J]. Phys Rev E, 2000, 62(1): 893-899
- [5] Quiblier J A. A new three-dimensional modelling technique for studying porous media[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1984, 98(1): 84-102
- [6] Oren P E, Bakke S. Process based reconstruction of sandstones and predictions of transport properties[J]. Transport in Porous Media, 2002, 46(2-3): 311-343

A method of constructing digital core by simulated annealing algorithm

ZHAO Xiu-cai¹, YAO Jun¹, TAO Jun¹, YI Yan-jing²

(1. College of Petroleum Engineering, China Univ. of Petroleum, Dongying 257061, China;

2. CN PC International Research Center, Beijing 100083, China)

Abstract: Simulated annealing algorithm (SAA) is briefly introduced. Three important reference functions including porosity, two-point probability function and linear path function for constructing digital core are listed. Detailed descriptions are presented for both the theory of constructing digital core based on SAA and the method of setting those important parameters in SAA including initial temperature, temperature's descent condition and its procedure and termination conditions. Validity of this theory is confirmed through an example, the result shows that SAA can effectively reduce the system energy, and the pore space in the final output digital core gains good characteristics in local area, however, its distribution and connectivity are poor because of the limitation of input data. New good reference functions are thus expected.

Keywords: simulated annealing; digital core; pore space; two-point probability function; linear path function

MR Subject Classification: 93E20