

盒状油藏水平井系统不稳定 渗流求解方法

姚军* 李爱芬 陈月明 付继彤

(石油大学)

(胜利石油管理局孤岛采油厂)

摘要 采用 Green 函数方法和 Newman 积方法求解盒状砂岩油藏任意边界条件下的水平井开采时的渗流问题,并提出了所求压力解的快速数值方法。

关键词 砂岩油藏 水平井 压力求解 格林函数 不渗透边界

一、引言

水平井开采油藏时的渗流由于水平井长度和水平井与油藏的位置等因素的影响,不能简化成二维问题,因此压力求解比较复杂。本文介绍一种快速而简便的求解方法。

二、Green 函数方法和 Newman 积方法

(一) Green 函数方法和源函数

Green 函数方法是数学物理方法中求解数学模型的一种重要方法。因为从物理意义上看,一个数学物理方程表示一种特定的场和产生这种场的源之间的关系。如热传导方程表示热源与温度场之间的关系,而 Green 函数则代表一个点源所产生的场。更普遍地说 Green 函数是一个点源在一定的边界条件下产生的场。

为应用方便,引入源函数的概念。所谓源函数是指任意形状的源在一定的边界条件和(或)初值条件下产生的场。实质上源函数是 Green 函数在源体积上的积分。

对于各向异性多孔介质组成的无限大油藏,地下流体扩散方程为:

$$\eta_x = \frac{\partial^2 P(M, t)}{\partial x^2} + \eta_y \frac{\partial^2 P(M, t)}{\partial y^2} + \eta_z \frac{\partial^2 P(M, t)}{\partial z^2} = \frac{\partial P(M, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{式中 } \eta_i = \frac{k_i}{\phi \mu c} \quad (i = x, y, z)$$

对于上面的渗流扩散问题,源的区域为 D_w , 由 Green 函数理论得到:

$$\Delta P(M, t) = \frac{q}{\phi c} \int_0^t S(M, t - \tau) d\tau \quad (2)$$

式中 $\Delta P(M, t)$ ——为油藏中任意一点 M 在任意时刻 t 的压力降, MPa;

q ——源的强度;

ϕ ——孔隙度, 小数;

c ——压缩系数, MPa^{-1} ;

$S(M, t - \tau) = \int_{D_w} G(M, M_w, t) dM_w$ ——

均匀流量源的源函数;

M_w ——源区域上的任意微元;

$G(M, M_w, t)$ ——该油藏条件下点源的 Green 函数。

由式(2)可以看出:只要知道了油藏中源的源函数 $S(M, t)$, 即可以求得任意点和任意时刻的压力降落。

(二) 源函数的求法——Newman 积方法

Newman 积方法是求解多维数学物理方程的一种降维方法。它可以将一个三维的定解问题分解成三个一维的定解问题或分解成一个一维的定解问题和一个二维的定解问题,原三维定解问题的解等于分解后的定解问题解的乘积。

Newman 积方法也可用于求解源函数。三维问

* 姚军,男,1964年生,1984年毕业于石油大学(华东)石油工程系,1990年获硕士学位,现为石油大学副教授,主要从事油藏工程教学及研究工作,地址(257062):山东省东营市石油大学石油工程系

题源的源函数等于3个一维问题的源函数或一个一维问题和一个二维问题源的源函数的积,但分解后的简单问题必须满足下列条件:①3个一维问题中的源或一个一维问题和一个二维问题中的源在空间的交集(公共部分)应是原三维问题的源形状;②分解后的3个一维问题的边界或一个一维问题和一个二维问题的边界在空间的交集(公共部分)应是原三维问题边界的形状。

因此,只需要一些简单形状源的源函数,而其它复杂源的源函数均可由 Newman 积方法求得。最基本的源为一维问题中的无限大平面源,其源函数可由下列定解问题求得:

$$\begin{cases} \eta_b \frac{\partial^2 G(j,t)}{\partial j^2} - \frac{\partial G(j,t)}{\partial t} = 0 \\ G(j,t)|_{t=0} = \delta(j,j') \end{cases} \quad (3)$$

式中 j' ——源的位置坐标。

该问题可由付氏变换求得:

$$G(j,j',t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\eta_b t}} \exp\left[-\frac{(j-j')^2}{4\eta_b t}\right] \quad (4)$$

则一维油藏中的无限大平面源的源函数为:

$$S(j,j',t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\eta_b t}} \exp\left[-\frac{(j-j')^2}{4\eta_b t}\right] \quad (5)$$

三、油藏中常用源的源函数

文献^[2]给出了一些常用源的源函数,但只给出了最终结果。本文给出了这些源的两种表达式,目的是为数值计算提供方便。

(I) 无限大油藏两条不渗透边界中无限平面源的源函数:

$$S(x_w,t) = \frac{1}{x_e} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta_b t}{x_e^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{x_e}\right) \cos\left(\frac{n\pi x_w}{x_e}\right) \right] \quad (6)$$

(II) 无限大油藏两条定压边界中无限大平面源的源函数:

$$S(x_w,t) = \frac{2}{x_e} \sum_{n=1}^{+\infty} \exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta_b t}{x_e^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{x_e}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_w}{x_e}\right) \quad (7)$$

(III) 无限大油藏混合边界中无限大平面源的源函数:

$$S(x,t) = \frac{2}{x_e} \sum_{n=1}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(2n+1)^2\pi^2\eta_b t}{4x_e^2}\right] \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\pi x_w}{x_e}\right] \cos\left[\frac{(2n+1)\pi x}{2x_e}\right] \quad (8)$$

(IV) 无限大油藏两条不渗透边界无限大平板源的源函数:

$$S(x,t) = \frac{x_f}{x_e} \left[1 + \frac{4x_e}{\pi x_f} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x_e} \exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta_b t}{x_e^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x_f}{2x_e}\right) \cos\left(\frac{n\pi x_w}{x_e}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{x_e}\right) \right] \quad (9)$$

(V) 无限大油藏两条定压边界中无限大平板源的源函数:

$$S(x,t) = \frac{4}{\pi} \left[\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x_e} \exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta_b t}{x_e^2}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_f}{2x_e}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x_w}{x_e}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{x_e}\right) \right] \quad (10)$$

(VI) 无限大油藏混合边界中无限大平板源的源函数:

$$S(x,t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x_e} \exp\left[\frac{(2n+1)n^2\pi^2\eta_b t}{4x_e^2}\right] \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\pi x}{x_e}\right] \sin\left[\frac{(2n+1)\pi x_w}{x_e}\right] \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\pi x_f}{2x_e}\right] \quad (11)$$

四、盒状油藏水平井系统压力求解方法

设盒状油藏中有一水平井,油藏在3个方向上的长度分别为 x_e, y_e, h , 水平井的长度为 L , 水平井的中心坐标为 (x_w, y_w, z_w) , 且水平井与 y 轴平行。如图1所示。油藏在3个方向上的渗透率分别为 k_x, k_y, k_z , 孔隙度为 ϕ , 油藏中只有单相流体流动, 压缩系数为 C , 水平井以定产量 Q 进行生产, 生产前油藏压力均匀分布为 P_i 。不计重力和毛管力的影响。水平井简化成为流量均匀分布的线源, 则源的强度为 Q/L 。油藏的所有边界为不渗透边界。

由 Newman 积方法将原三维问题分解成 x, y, z 方向上的3个一维问题, 这3个一维问题分别为: x 方向上两条不渗透平行边界中的无限大平板源问题IV(x), 源的厚度为水平井的长度 L ; y 方向上的两条不渗透平行边界中的无限大平面源问题I

(y); z 方向上的两条不渗透平行边界中无限大平面源问题 I (z); 则原三维问题的源函数为:

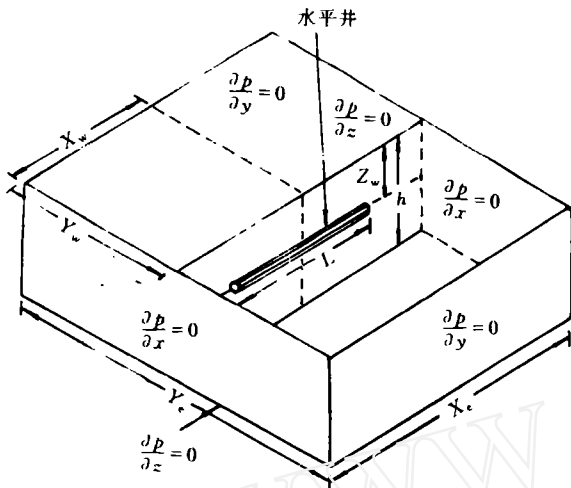


图1 盒状油藏水平井系统示意图

$$S(x, y, z, t) = IV(x) \cdot I(y) \cdot I(z) \quad (12)$$

将式(12)代入式(2)即可得到油藏中的压力降落解。

对于其它不同类型的边界条件可采用同样的方法。如:

(一) x 和 y 方向为不渗透边界, z 方向为混合边界, 其源函数为:

$$S(x, y, z, t) = IV(x) \cdot I(y) \cdot III(z) \quad (13)$$

(二) x 和 y 方向上为不渗透边界, z 方向两边界均为定压边界, 其源函数为:

$$S(x, y, z, t) = IV(x) \cdot I(y) \cdot II(z) \quad (14)$$

(三) x 方向为混合边界, y 和 z 方向上均为不渗透边界, 其源函数为:

$$S(x, y, z, t) = VI(x) \cdot I(y) \cdot II(z) \quad (15)$$

(四) x 方向两边界均为定压边界, y 和 z 方向均为不渗透边界, 其源函数为:

$$S(x, y, z, t) = V(x) \cdot I(y) \cdot II(z) \quad (16)$$

还有多种边界组合, 采用这种方法很容易得到其源函数。

五、压力快速计算方法

由上面的求解过程可以知道: 水平井的压力表达式相当复杂, 被积函数是 3 个无穷级数的乘积, 级数的收敛快慢直接影响计算速度。建议数值积分采用八点的 Gauss-Legendre 积分方法。为提高计算效率, 必须改善级数的收敛特性, 本文提出了一种快速计算方法。

六、结论

(一) 本文采用 Green 函数方法及 Newman 积分方法求解了盒状砂岩油藏水平井系统的不稳态渗流问题。通过源函数的组合可迅速求得任何外边界条件下的水平井生产时的压力降落。

(二) 本文给出了所有源的源函数的表达式。

参考文献

- 1, Adalberto JR., Renato de SC.: A Mathematical Model of Pressure Evaluation in an Infinite-Conductivity Horizontal Well, SPEFE, 1989.
- 2, Gringarten A. C., Ramey J. H.: The Use of Source and Green's Functions in Solvating Unsteady-Flow Problem in Reservoir, SPEJ, 1973.
- 3, Carslaw H. S., Jaeger J. C.: Conduction of Heat in Solids. Oxford University Press, 1959.
- 4, 郭敦仁: 数学物理方法, 人民教育出版社(北京), 1965.

(本文编辑: 刘秉璋 收稿日期 1996-03-06)

ПРИ УСЛОВИИ КОРОБЧАТОЙ ЗАЛЕЖИ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕСТАБИЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

Яо Цзюнь, Ли Ай-фэнь, Чэнь Юе-мин

(Нефтяной Университет)

Фу Цзи-тун

(Шэнлинское Нефтяное Управление, Гудаоский Промысел)

РЕФЕРАТ в этой статье в основе методов функции (Green) и произведения (Newman) решена проблема

о фильтрации в горизонтальной скважине при условии произвольной границы коробчатой песчаниковой залежи, и представлен скоростной вычислительный метод о давлении.

ГЛАВНЫЕ СЛОВА Песчаниковая залежь, Горизонтальная скважина, Решение величины давления, Функция〈Green〉, Непроницаемая граница.

Solution Method for Unsteady-Flow of Horizontal Well in Boxed Reservoir

Yao, J., Li, A.F. and Chen, Y.M.

(Petroleum University, Dongying)

Fu, J.T.

(Shengli Petroleum Administration Bureau)

ABSTRACT With Green's function method and Newman's production method, this paper presents the solving method for unsteady-flow of horizontal well in boxed reservoir with any boundary. In terms of convergence of series, a fast calculating method is developed.

SUBJECT WORDS Sandstone reservoir, Horizontal well, Pressure solution, Green function, Impermeable barrier.

中原油田获对外经济技术合作业务权

1996年6月24日,我国对外贸易经济合作部正式批准中原油田具有对外经济技术合作业务权,这是中原油田走向国际大市场的又一“通行证”。

根据国家对外贸易经济合作部的规定,中原油田对外经营的范围是:

1. 承包本行业境外工程和境内国际招标工程;
2. 承办上述工程所需的设备、材料的进口;
3. 对外派遣本行业工程、生产所需的服务人员;
4. 按国家规定在海外开办各类企业。

中原油田参与国际竞争始于1991年。其后,步伐便越迈越大,从1992年中标新西兰石油勘探公司和CNODC的洞庭湖三眼塘5号井施工项目以来,中原钻井在国际钻井反承包中连续11次中标。其间,所中标的美国阿莫科公司安徽阜阳大陈庄一号井,施工3个月便顺利完井,创汇176万美元;1995年钻井二公司中标的英荷壳牌公司的江苏大丰老塘A井,原计划工期为61天,结果40天便顺利完钻,被国际石油市场认为条件最苛刻的英荷壳牌公司,破例奖给中原油田钻井二公司5万美元。于此同时,中原油田钻井建筑集团总公司参与了巴基斯坦印度河55号公路的招标,并一举获得13合同段51公里的路面施工权,并于1995年11月27日高标准完工,顺利通过了巴基斯坦国家公路局验收。此后又以较高的国际声誉和过硬的工程质量再次拿到巴基斯坦55号公路12B合同标书。

所有这些都显示了中原油田在国际工程施工中具有技术、装备、人员素质等多方面的优势。中原油田在国际市场竞争中连创3个最先:最先在国际钻井反承包中中标,最先走出国门承包筑路施工工程,最先涉足国际煤层气反承包竞争并结出硕果。中原油田对外经济技术合作业务权的取得,将使中原油田在国际市场竞争中发挥其更加积极主动的作用。

(陆丽娟)