

盒状砂岩油藏中水平井试井分析方法

姚军* 李爱芬 陈月明 张毅华

(石油大学)

摘要 采用Green函数方法和Newman积方法求解了盒状砂岩油藏中水平井的不稳态压力解;给出了压力解的两种表达形式,并根据两种表达式中级数的收敛特征提出了压力解的快速计算方法;采用Laplace数值变换、Laplace数值反演及褶积积分公式考虑了井储和污染对水平井井底压力的影响,从而避免了求解复杂内边界条件的数学模型的问题;利用常规试井分析方法和自动拟合分析方法编制了水平井试井分析软件,并进行了实例分析。

关键词 水平井 试井 分析 盒状油藏 自动拟合

1 前言

随着水平井钻井、完井技术的日臻完善,水平井采油技术在国内外许多油田得到了广泛的应用。水平井开采油藏时的压力分析问题作为水平井油藏工程研究的基础,国内外很多学者进行了大量的研究。大多数学者都直接采用文献1中给定的源函数进行组合而得到水平井的压力解。由于文献1中给出了源函数的一种表达形式,而这种形式的解计算速度很慢给应用带来了许多困难。本文给出了这些源函数的另一种表达形式,并提出了快速计算方法。经过五年的研究,该项目于1996年7月通过国家计委和中国石油天然气总公司科技局组织的验收。

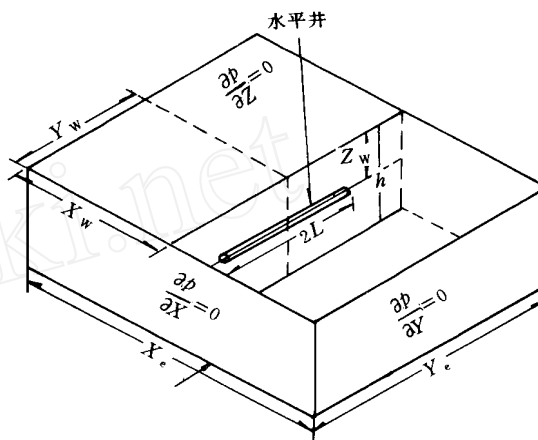


图1 盒状砂岩油藏中水平井系统示意图
Fig. 1 A sketch map showing horizontal well in box-shaped reservoir

2 盒状砂岩油藏中水平井系统的试井解释模型及其解

2.1 物理模型

设矩形盒状砂岩油藏中有一水平井,如图1所示。油藏在三个方向上的长度分别为 X_c 、 Y_c 、 Z_c ,水平井的长度为 $2L$,中心坐标为 X_w 、 Y_w 、 Z_w ,且水平井平行于 Y 轴,油藏由均匀各向异性介质组成,其水平渗透率和垂向渗透率分别为 K_h 、 K_v ,孔隙率为 ϕ ,油层厚度为 h 。油藏中只有单相流体流动,其粘度为 μ ,综合压缩系数为 C 。假设油藏所有的外边界均为不渗透边界,水平井视为流量均匀分布的线源,以定产量 q 生产。

2.2 求解方法

为求解方便,引入一组无因次参数:

$$\text{无因次压力} \quad p_D = \frac{2\pi K_h h}{q\mu} [p_i - p(x, y, z, t)] \quad (1)$$

$$\text{无因次时间} \quad t_D = \frac{4K_h t}{\phi C L^2} \quad (2)$$

本项目为国家“八五”攻关课题内容。

* 姚军, 1984年毕业于石油大学(华东),现为石油大学(华东)石油工程系副教授。通讯处: 山东东营市泰安路149号, 邮政编码: 257062。

$$\text{无因次井长} \quad L_D = \frac{L}{h} \sqrt{\frac{K_v}{K_h}} \quad (3)$$

$$\text{无因次坐标} \quad X_D = \frac{X}{L}, Y_D = \frac{Y}{L}, Z_D = \frac{Z}{h} \quad (4)$$

式中 p_i 为油藏原始地层压力; $p(x, y, z, t)$ 为 t 时刻油层中任一点的压力。

采用文献 1 中的 Green 函数方法和 Newman 积方法进行求解。但文献 1 中只给出了这些源函数的一种表达形式, 本文给出另外一种表达形式。将原问题分解成三个一维问题: X 方向上两条不渗透平行边界中无限大平板源问题, 板源的厚度为水平井的长度 $2L$; Y 方向上两条不渗透平行边界中的无限大平面源问题; Z 方向上两条不渗透平行边界中的无限大平面源问题。因此原三维问题的解为:

$$p_D(X_D, Y_D, Z_D, \tau) = \int_0^b S_D(X_D, Y_D, Z_D, \tau) d\tau \quad (5)$$

$$\text{式中} \quad S_D(X_D, Y_D, Z_D, \tau) = S_{XD}(X_D, \tau) \cdot S_{YD}(Y_D, \tau) \cdot S_{ZD}(Z_D, \tau) \quad (6)$$

这里,

$$S_{XD}(X_D, \tau) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \begin{aligned} & \operatorname{erf} \left[\frac{X_{WD} + 1 + X_D + 2nX_{\text{井}}}{2\sqrt{\tau}} \right] \\ & - \operatorname{erf} \left[\frac{X_{WD} - 1 - X_D - 2nX_{\text{井}}}{2\sqrt{\tau}} \right] \\ & + \operatorname{erf} \left[\frac{X_{WD} + 1 + X_D + 2nX_{\text{井}}}{2\sqrt{\tau}} \right] \\ & - \operatorname{erf} \left[\frac{X_{WD} - 1 + X_D + 2nX_{\text{井}}}{2\sqrt{\tau}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

$$= \frac{2}{X_{\text{井}}} \left[1 + \frac{2X_{\text{井}}}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \exp \left(-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{X_{\text{井}}^2} \right) \sin \left(\frac{n\pi}{X_{\text{井}}} \right) \cdot \cos \left(\frac{n\pi X_{WD}}{X_{\text{井}}} \right) \cdot \cos \left(\frac{n\pi X_D}{X_{\text{井}}} \right) \right] \quad (7b)$$

$$S_{YD}(Y_D, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \left\{ \begin{aligned} & \exp \left[-\frac{(Y_D + 2nY_{\text{井}} - Y_{WD})^2}{4\tau} \right] + \\ & \exp \left[-\frac{(Y_D + 2nY_{\text{井}} + Y_{WD})^2}{4\tau} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

$$= \frac{1}{Y_{\text{井}}} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \exp \left(-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{Y_{\text{井}}^2} \right) \cos \left(\frac{n\pi Y_D}{Y_{\text{井}}} \right) \cos \left(\frac{n\pi Y_{WD}}{Y_{\text{井}}} \right) \right] \quad (8b)$$

$$S_{ZD}(Z_D, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau L_D}} \left\{ \begin{aligned} & \exp \left[-\frac{(Z_D + 2n - Z_{WD})^2}{4L_D^2 \tau} \right] + \\ & \exp \left[-\frac{(Z_D + 2n + Z_{WD})^2}{4L_D^2 \tau} \right] \end{aligned} \right\} \quad (9a)$$

$$= 1 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \exp \left(-n^2 \pi^2 L_D^2 \tau \right) \cos(n\pi Z_D) \cos(n\pi Z_{WD}) \quad (9b)$$

2.3 压力解快速计算方法

由上面的解看出, 水平井的压力表达式相当复杂, 被积函数是三个无穷级数的乘积, 级数的收敛快慢直接影响计算速度。建议数值积分采用 Gauss-Legendre 方法。为提高计算速度, 必须改善级数的收敛特性。

上面的(7)、(8)和(9)式均给出两种表达形式, 三式所有的(a)式中, 时间变量 τ 在负幂指数项的分母中,

也就是说时间越小, 幂值越小, 则级数收敛的越快; 而三式所有的(b)式中, 时间变量 τ 在负幂指数项的分子中, 也就是说时间越大, 幂值越小, 级数收敛的越快。这样, 计算被积函数时, 当时间较小时采用(a)式, 而时间较大时采用(b)式进行计算, 始终保持级数快速收敛。这种替换方法要比文献2中利用无边界压力解和有边界的压力解进行替换效率要高得多。(7)、(8)和(9)三式两种表达式的转换条件分别为

$$\tau = \frac{X_{\text{D}}^2}{\pi^2}; \quad \tau = \frac{Y_{\text{D}}^2}{\pi^2}; \quad \tau = \frac{1}{\pi^2 L_{\text{D}}^2} \quad (10)$$

即(7)、(8)和(9)式满足各自的条件后分别进行代换。这样, 可大幅度提高计算速度, 比用单一的源函数表达式计算要快数百倍。按上面的计算方法可得到一组无因次时间和无因次压力值 $\{t_{\text{Di}}, p_{\text{Di}}\}_n$ 。

3 井筒储存和污染存在时水平井井底压力的计算方法

上面计算的水平井压力并没有考虑井筒储存和污染的影响。设变产量 $q_{\text{D}}(t_{\text{D}})$ 条件下的井底压力为 $p_{\text{WD}}(t_{\text{D}})$, 则由褶积积分公式^[3]可得到

$$p_{\text{WD}}(t_{\text{D}}) = \int_0^{t_{\text{D}}} q_{\text{D}}(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} p_{\text{D}}(t_{\text{D}} - \tau) d\tau \quad (11)$$

式中 p_{D}° 为定产量条件下存在污染时的水平井井底压力; $q_{\text{D}}(\tau)$ 为无因次的产量 $q_{\text{D}}(t_{\text{D}}) = q(t)/q_{\text{ref}}$

若用无因次井筒储存系数 C_{D} 来表示变产量与井底压力的关系则有

$$q_{\text{D}}(t_{\text{D}}) = 1 - C_{\text{D}} \frac{dp_{\text{WD}}}{dt_{\text{D}}} \quad (12)$$

式中 $C_{\text{D}} = C/(2\pi\phi CL^2)$, C 为井筒储存系数。

存在污染时的井底压力 p_{D}° 与不存在污染时的井底压力 p_{D} 的关系为

$$p_{\text{D}}^{\circ} = p_{\text{D}}(t_{\text{D}}) + S \quad (13)$$

式中 S 为污染系数。对上面(11)、(12)和(13)式分别对无因次时间取 Laplace 变换, 并记为

$$\overline{p_{\text{WD}}}(Z) = \int_0^{\infty} p_{\text{WD}} e^{-Zt_{\text{D}}} dt_{\text{D}}, \quad \overline{q_{\text{D}}}(Z) = \int_0^{\infty} q_{\text{D}} e^{-Zt_{\text{D}}} dt_{\text{D}}, \quad \overline{p_{\text{D}}}(Z) = \int_0^{\infty} p_{\text{D}} e^{-Zt_{\text{D}}} dt_{\text{D}}$$

式中 Z 为 Laplace 变量, 则可得到下式

$$\overline{p_{\text{WD}}}(Z) = \frac{Z\overline{p_{\text{D}}}(Z) + S}{Z(1 + C_{\text{D}}Z[Z\overline{p_{\text{D}}}(Z) + S])} \quad (14)$$

具体计算步骤为: (1) 先将上面计算的压力值 $\{t_{\text{Di}}, p_{\text{Di}}\}_n$ 进行数值 Laplace 变换, 得到一组 $\{\overline{p_{\text{D}}}(Z)\}_n$; (2) 利用(14)式在 Laplace 空间内考虑 C_{D} 和 S 的影响, 得到 $\{\overline{p_{\text{WD}}}(Z)\}_n$; (3) 采用 stehfest 数值 Laplace 反演方法^[4]将 $\{\overline{p_{\text{WD}}}(Z)\}_n$ 反演到真空空间, 得到考虑井筒储存和污染影响后的无因次水平井井底压力 $\{t_{\text{Di}}, p_{\text{WDi}}\}_n$ 。这种方法避免了求解复杂内边界水平井数学模型的问题, 而且计算速度快, 符合精度要求。

4 砂岩油藏水平井的试井分析方法

盒状砂岩油藏中水平井系统的渗流由于受油藏边界、介质非均质性、水平井长度及在油藏中的位置等因素的影响, 其流动形态十分复杂。

4.1 水平井的常规试井分析方法

水平井的主要流动形态有^[5,6]: 井筒储存阶段、早期径向流动阶段、早期线性流动阶段、晚期拟径向流动阶段、晚期拟线性流动阶段和拟稳态流动阶段。各流动阶段的特征曲线、直线段斜率、双对数导数曲线特征见表1所示。其典型的压力及压力导数曲线见图2。

表1 水平井各流动形态的特征曲线、直线段斜率、导数曲线特征

Table 1 Specific curves, slop and characteristic of derivative curves of various flow period for horizontal well

项	流 态					
	井筒储存	早期径向	早期线性	晚期径向	晚期线性	拟稳态
特征曲线	$r \sim p$	$\lg r \sim p$	$\sqrt{t} \sim p$	$\lg r \sim p$	$\sqrt{t} \sim p$	$r \sim p$
直线斜率	$\frac{q}{24C}$	$\frac{2.12 \times 10^{-3} qu}{\sqrt{K_h K_v L}}$	$\frac{1.79 qu}{\sqrt{\phi CK_h L h}}$	$\frac{4.242 \times 10^{-3} qu}{K_h h}$	$\frac{qu}{X_{eh} \sqrt{\phi CK_h}}$	$\frac{q}{24A h \phi}$
导数特征	45 线	水平线	0.5 斜率线	水平线	0.5 斜率线	45 线

4.2 现代试井分析方法

由于水平井压力影响因素较多,不能组合出象垂直井那样应用方便的试井解释图版,因此采用自动拟合方法来实现理论模型计算值与实测值的拟合。

$$F(\bar{X}) = \sum_{i=1}^N [p_i^i - p^i]^2 \quad (15)$$

即当 $\bar{X} = [K_h, K_v, C, S, X_e, Y]$ 取何值时, 实测曲线 $\{t_i, p_i^i\}_n$ 与理论曲线 $\{t_i, p^i\}_n$ 达到最佳拟合。实际编程过程中, 采用修正后的 Gauss-Marquardt 方法来进行自动拟合, 并采用数理统计方法给出所求参数的置信区间。

采用上述理论编制了砂岩油藏中水平井系统的试井分析软件。

5 应用实例

以胜利油田CK水平井实测压力恢复资料为例。油藏和水平井的基本参数见表2。图3为采用本软件进行的流态诊断及常规试井分析, 图4为采用本软件进行的自动拟合分析。解释结果见表3。

解释结果中该井的污染系数较大, 经酸化措施后该井的产量有了较大的提高, 为原来的1.54倍。这说明解释结果较真实地反映了地层的情况。

6 结 论

1. 采用 Green 函数方法和 Newman 积方法求解砂岩油藏中水平井系统的试井解释模型, 并给出了源函数的两种不同表达形式;
2. 提出了压力解的快速计算方法—替换法;
3. 利用数值 Laplace 变换、数值 Laplace 反演和褶积分考虑了井筒储存和污染对水平井井底压力的影响, 避免了求解复杂内边界条件的水平井数学模型的问题;

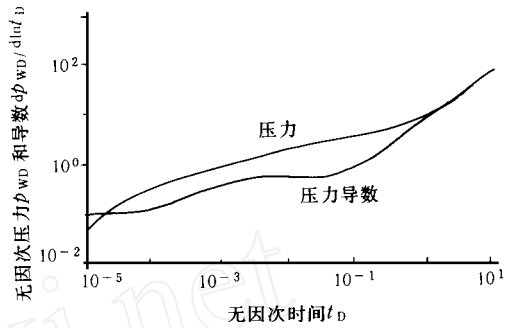


图2 典型的水平井压力及压力导数曲线示意图

Fig. 2 The typical curves of pressure and pressure derivative for horizontal well

表2 油藏和水平井的基本参数

Table 2 The basic parameters of reservoir and horizontal well

参 数 名 称	数 值	参 数 名 称	数 值
孔隙率(f)	0.148	油层厚度(m)	33.9
偏心距(m)	16.9	水平井长度(m)	505
水平井半径(m)	0.10	综合压缩系数(1/MPa)	1.3×10^{-3}
原油体积系数(标 m^3/m^3)	1.2	原油密度(g/cm^3)	0.855
水平井产量(m^3/d)	111	生产时间(h)	237.84

表3 解释结果

Table 3 The result of interpretation

参 数	本软件	SSI软件
$K_h (10^{-3} \mu m^2)$	89.82(74.19 105.46)	93.8
$K_v (10^{-3} \mu m^2)$	1.77(1.19 2.34)	1.98
S	5.43(4.65 6.21)	6.34
C (m^3/MPa)	0.34(0.33 0.35)	0.33
p_{avg} (MPa)	18.77	18.38
r_i (m)	464.75	462.4

表中()为参数的置信区间。

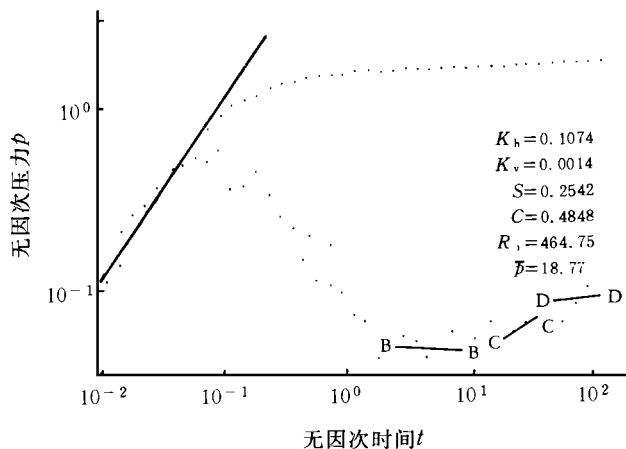


图 3 水平井流态诊断及常规试井分析图

Fig. 3 Diagnosis of flow period and conventional analysis for horizontal well testing

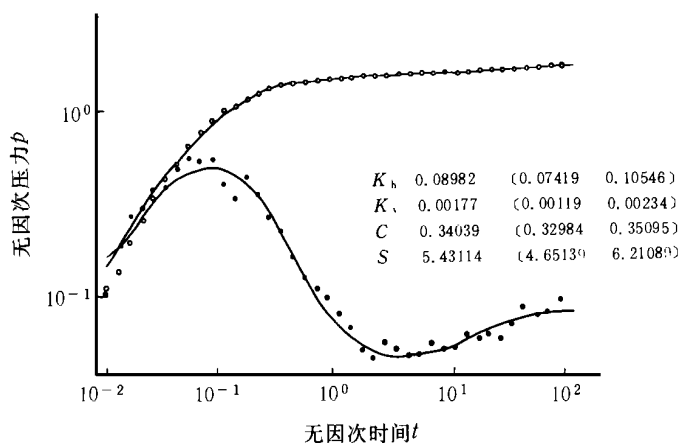


图 4 双对数拟合曲线图

Fig. 4 The map of dual-log curves matching

4. 利用常规试井分析方法和现代试井分析方法编制了砂岩油藏水平井的试井分析软件, 并进行了实例分析, 解释结果与 SSI 公司的软件解释结果具有较好的一致性。

参 考 文 献

- 1 A lain C Gringarten, Honry J Ramey. The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problem in reservoir SPEJ, October 1973
- 2 Ohacri C U, Vo D T. Practical solution of interactive horizontal well test analysis SPE, 22729, 1991
- 3 Roumboutso s A, Stenart G. A direct deconvolution or convolution algorithm for well test analysis SPE 18157, 1988
- 4 Stchfest H. Numerical inversion of Laplace transtom s communications of ACM B, 1970(1): 47~ 49
- 5 Adlberto J Rosa, Renato de Souza Carvacho. A mathematical model for pressure evaluation in an infinite-conductivity horizontal well SPEFE, December 1989
- 6 Dviau F Mouronval G, Bourelarot G. Pressure analysis for horizontal wells SPE 14251, 1985

(本文收到日期 1996-04-06)

(修改稿收到日期 1996-09-15)

(编 辑 范志强)

**TRANSIENT PRESSURE ANALYSIS FOR HORIZONTAL WELL
IN BOX-SHAPED RESERVOIR**

Yao Jun Li A ifen Chen Yuem ing Zhang Yihua
(Petroleum University)

Abstract

Based on Green's function method and Newman's product method, two forms of transient pressure solutions for horizontal well in box-shaped reservoir have been obtained. The method of quick-calculating horizontal wellbore pressure is presented in terms of convergent characteristics of series in two solutions. Effects of wellbore storage and skin factor on horizontal wellbore pressure were considered when the method of convolution integral, numerical Laplace transformation and numerical Laplace inverse transformation were used. It is not necessary to solve the mathematical model with complicated inner conditions. The method of transient pressure analysis and interpretation software for horizontal well are provided and a field example is treated.

Key words horizontal well well testing analysis box-shaped automatic matching