文章编号:1000-5870(1999)04-0042-03

求解双重孔隙介质油藏压力的一种新方法

姚 军　　　　刘英才

(石油大学石油工程系,山东东营 257062)　(冀东油田研究院)

摘要:求解双重孔隙介质油藏不稳定渗流压力要比单孔隙介质油藏不稳定渗流压力复杂得多,而对于复杂边界条件的双重孔隙介质油藏模型,很难求得其压力解。提出了将单孔隙介质不稳定渗流压力解转换为双重孔隙介质渗流不稳定压力解的方法,其步骤是:①单孔隙介质油藏不稳定渗流的拉氏空间压力解 $\bar{p}_D(z)$ 乘以拉氏变量 z;②用 $zf(z)$ 代替 $\bar{p}_D(z)$ 中的 z,得到一个表达式;③该表达式除以 z 即得到双重孔隙介质油藏不稳定渗流的拉氏空间压力解 $\bar{p}_{Df}(z)$;④采用数值拉氏反演 Stehfest 方法即可得到真实空间内的双重孔隙介质油藏不稳定渗流压力解。该方法求解过程简捷,计算结果正确。

关键词:双重孔隙介质;油藏;渗流压力;数学模型;求解方法
中图分类号:TE 311　　**文献标识码**:A

引 言

双重介质油藏是油气田开发中常见的一种油藏类型,一般情况下,求解此类油藏的不稳定渗流方程比较困难。在拉氏空间内双重孔隙介质油藏的不稳定渗流数学模型与单孔隙介质油藏的不稳定渗流模型具有相似性。本文拟在拉氏空间内将单孔隙介质油藏的压力解变换成双重孔隙介质油藏的压力解。

1 不稳定渗流的数学模型

无限大单孔隙介质油藏不稳定渗流数学模型为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \dfrac{1}{r_D}\dfrac{\partial p_D}{\partial r_D} = \dfrac{\partial p_D}{\partial t_D}, \\ p_D(r_D, t_D = 0) = 0, \\ \left.\dfrac{\partial p_D}{\partial r_D}\right|_{r_D = 1} = -1, \\ \lim\limits_{r_D \to \infty} p_D(r_D, t_D) = 0. \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$p_D = \frac{kh(p_i - p)}{1.842 \times 10^{-3} q\mu};$$

$$t_D = \frac{3.6kt}{\phi\mu c_t r_w^2}; \quad r_D = r/r_w.$$

式中,p_D 为无因次压力;t_D 为无因次时间;r_D 为无因次半径;k 为油层的渗透率,$10^{-3}\mu m^2$;h 为油层厚度,m;p_i 为油层原始压力,MPa;p 为油层压力,MPa;q 为井的产量,m^3/d;μ 为流体的粘度,mPa·s;ϕ 为孔隙度,小数;c_t 为综合压缩系数,MPa^{-1};r_w 为井半径,m。

数学模型(1)的 Laplace 空间解为

$$p_{wD}(z) = \frac{K_0(\sqrt{z})}{z\sqrt{z}K_1(\sqrt{z})} \tag{2}$$

式中,$p_{wD}(z)$ 为无因次井底压力;z 为 Laplace 变量;K_0 和 K_1 分别为 0 阶和 1 阶虚宗量 Bessel 函数。

无限大双重孔隙介质油藏不稳定渗流的无因次数学模型为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 p_{Df}}{\partial r_D^2} + \dfrac{1}{r_D}\dfrac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} = \omega\dfrac{\partial p_{Df}}{\partial t_D} + (1-\omega)\dfrac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} \\ \quad \text{(裂缝系统)}, \\ (1-\omega)\dfrac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} - \lambda(p_{Dm} - p_{Df}) = 0 \\ \quad \text{(基岩系统)}, \\ p_{Dm}(r_D, t_D = 0) = p_{Df}(r_D, t_D = 0) = 0, \\ \left.\dfrac{\partial p_{Df}}{\partial r_D}\right|_{r_D = 1} = -1, \\ \lim\limits_{r_D \to \infty} p_{Df}(r_D, t_D) = 0. \end{cases} \tag{3}$$

收稿日期:1999-02-23
基金项目:国家“八五”攻关项目“水平井试井解释方法”的部分内容
作者简介:姚军(1964 -),男(汉族),山东平邑人,副教授,博士研究生,从事油藏工程研究。

其中

$$p_{\mathrm{Df}} = \frac{k_{\mathrm{f}} h(p_{\mathrm{i}} - p_{\mathrm{f}})}{1.842 \times 10^{-3} q\mu};$$

$$p_{\mathrm{Dm}} = \frac{k_{\mathrm{f}} h(p_{\mathrm{i}} - p_{\mathrm{m}})}{1.842 \times 10^{-3} q\mu};$$

$$t_{\mathrm{D}} = \frac{3.6 k_{\mathrm{f}} t}{\phi\mu c_{\mathrm{t}} r_{\mathrm{w}}^2};$$

$$r_{\mathrm{D}} = r/ r_{\mathrm{w}}.$$

式中, p_{Df}为无因次裂缝压力; p_{Dm}为无因次基岩压力;ω为弹性储容比,小数;λ为串流系数,小数; k_{f}为裂缝系统的渗透率,$10^{-3}\mu\mathrm{m}^2$; p_{f} 为裂缝系统压力,MPa; p_{m} 为油层压力,MPa。

2　无因次压力解扩展方法

对模型(1)和(3)分别进行 Laplace 变换,则有

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 \bar{p}_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}^2} + \dfrac{1}{r_{\mathrm{D}}}\dfrac{\mathrm{d}\bar{p}_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}} - z\bar{p}_{\mathrm{D}} = 0, \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}\bar{p}_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}}\right|_{r_{\mathrm{D}}=1} = -\dfrac{1}{z}. \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 \bar{p}_{\mathrm{Df}}}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}^2} + \dfrac{1}{r_{\mathrm{D}}}\dfrac{\mathrm{d}\bar{p}_{\mathrm{Df}}}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}} - zf(z)\bar{p}_{\mathrm{Df}} = 0, \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}\bar{p}_{\mathrm{Df}}}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}}\right|_{r_{\mathrm{D}}=1} = -\dfrac{1}{z}. \end{cases} \tag{5}$$

其中

$$f(z) = \frac{\omega(1-\omega)z + \lambda}{(1-\omega)z + \lambda};$$

$$\bar{p}_{\mathrm{D}} = \int_0^\infty p_{\mathrm{D}} \exp(-z\tau)\,\mathrm{d}\tau;$$

$$\bar{p}_{\mathrm{Df}} = \int_0^\infty p_{\mathrm{Df}} \exp(-z\tau)\,\mathrm{d}\tau.$$

由数学模型(4)和(5)可看出,用 $zf(z)$代替数学模型(4)中渗流方程中的 z 则可得到数学模型(5)中的渗流方程,但内边界条件用 $zf(z)$代替 z 后则不相同。为此,对式(4)和(5)进行变换。在它们的两边同乘以 z,并将 $z\bar{p}_{\mathrm{D}}$ 写成$\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{D}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}$,则有

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{D}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}^2} + \dfrac{1}{r_{\mathrm{D}}}\dfrac{\mathrm{d}\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{D}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}^2} - z\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{D}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right] = 0, \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{D}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}}\right|_{r_{\mathrm{D}}=1} = -1. \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{Df}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}^2} + \dfrac{1}{r_{\mathrm{D}}}\dfrac{\mathrm{d}\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{Df}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}^2} - zf(z)\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{Df}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right] = 0, \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{Df}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]}{\mathrm{d} r_{\mathrm{D}}}\right|_{r_{\mathrm{D}}=1} = -1. \end{cases} \tag{7}$$

此时,在模型(6)中用 $zf(z)$代替 z,则可得到模型(7)。因此,经过数学变换之后,单孔隙介质的不稳定渗流模型与双重孔隙介质的不稳定渗流模型的形式完全一致。

由推导过程可知,单孔隙介质的压力解转换成双重孔隙介质的压力解的方法可归纳为如下步骤:

①求解单孔隙油藏的 Laplace 空间解 $\bar{p}_{\mathrm{D}}$;

②将 $\bar{p}_{\mathrm{D}}$ 乘 z,得到 $z\bar{p}_{\mathrm{D}}$,即$\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{D}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]$;

③用 $zf(z)$代替 $z\bar{p}_{\mathrm{D}}$ 中的 z,得到 $z\bar{p}_{\mathrm{Df}}$,即$\left[\overline{\dfrac{\partial p_{\mathrm{Df}}}{\partial t_{\mathrm{D}}}}\right]$;

④用 z 除 $z\bar{p}_{\mathrm{Df}}$,得到 $\bar{p}_{\mathrm{Df}}$;

⑤对 $\bar{p}_{\mathrm{Df}}$进行 Laplace 数值反演,即得到双重孔隙介质裂缝系统的压力 p_{Df}。

如果要考虑井筒储存和污染的影响,在第④步之后应采用下式求解:

$$\bar{p}_{\mathrm{wDf}}(z) = \frac{z\bar{p}_{\mathrm{Df}}(z) + S}{z\left\{1 + C_{\mathrm{D}} z\left[z\bar{p}_{\mathrm{Df}}(z) + S\right]\right\}}. \tag{8}$$

式中, S 为污染系数; C_{D} 为无因次井筒储存系数。

对式(8)进行 Laplace 数值反演,即可得到考虑井筒储存和污染时真实空间内的双重孔隙介质油藏的井底压力。

对于其他类型的外边界条件,上述方法同样适用。

3　变换方法的效果检验

根据以上变换方法,由单孔隙介质的解计算双重孔隙介质的解的过程如下:

由式(2)乘 z 得到

$$\frac{K_0(\sqrt{z})}{\sqrt{z}\,K_1(\sqrt{z})} \xrightarrow{(zf(z)\text{代替 } z)} \frac{K_0(\sqrt{zf(z)})}{\sqrt{zf(z)}\,K_1(\sqrt{zf(z)})} \xrightarrow{(\text{除 } z)}$$

$$\bar{p}_{\mathrm{Df}}(z) = \frac{K_0(\sqrt{zf(z)})}{z\sqrt{zf(z)}\,K_1(\sqrt{zf(z)})}.$$

将得到的 $\bar{p}_{\mathrm{Df}}(z)$ 代入式(8),可得到 $\bar{p}_{\mathrm{wDf}}(z)$,然后再进行 Laplace 数值反演,即可得到考虑井筒储存和表皮系数时的无因次井底压力。

考虑井筒储存和表皮系数时,常规双重孔隙介质油藏的解的表达式为

$$\bar{p}_{\mathrm{wDf}}(z)=\frac{\mathrm{K}_0(\sqrt{zf(z)})+S\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1(\sqrt{zf(z)})}{z\left\{\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1(\sqrt{zf(z)})+zC_{\mathrm{D}}\left[\mathrm{K}_0\left(\sqrt{zf(z)}\right)+S\sqrt{zf(z)}\,\mathrm{K}_1\left(\sqrt{zf(z)}\right)\right]\right\}}. \tag{9}$$

用本文提出的方法和式(9)分别进行计算。计算参数:$\omega=0.1$, $\lambda=10^{-5}$, $C_{\mathrm{D}}=10$, $S=1$。计算结果见表1。由表1看出两种方法的计算结果完全一样,说明了该方法的正确性。

表1 计算结果对比

t_{D}	式(9)	本文方法
0.01	0.00096190	0.00096190
0.10	0.00962011	0.00962011
1.00	0.09607891	0.09607891
10.00	0.89737065	0.89737065
100.00	3.98516189	3.98516189
1000.00	5.91986770	5.91986770
10000.00	6.77546867	6.77546867
100000.00	7.27538027	7.27538027
1 000000.00	8.33103312	8.33103312

由单孔隙介质的压力解通过变换得到双重孔隙介质的压力解的方法,特别适用于求解一些复杂问题。如部分射孔垂直井、水平井的双重孔隙介质油藏很难进行求解,这时可将单孔隙介质的压力解进行转换直接得到对应的双重孔隙介质压力解。

4 结 论

(1) 利用 Laplace 变换理论,可将单孔隙介质压力解转换为双重孔隙介质压力解,实例计算证明该方法正确、可行。

(2) 进行转换时,单孔隙介质的压力解中不应考虑井筒储存和表皮效应的影响,需在转换的过程中利用式(8)计算时考虑两者的影响。

(3) 对于很难求解或根本无法求解的双重孔隙介质的压力解,本文提供的方法十分有效。

参考文献:

[1] [美] G.达普拉特著. 裂缝油藏评价的试井分析[M]. 孙庆和,等译. 北京:石油工业出版社,1995.

[2] 郎兆新. 油藏工程基础[M]. 山东东营:石油大学出版社,1991.

[3] 潘忠诚. 数学物理方法教程[M]. 天津:南开大学出版社,1993.

[4] Stehfest H. Numerical inversion of Laplace transforms[J]. Communication of the ACM,1970,13(1):47~49.

(责任编辑 陈淑娴)

(上接第38页)

3 结束语

本文推导建立的包括蜡分子扩散和蜡晶径向迁移的油井结蜡剖面预测模型,可用于分析油井结蜡的各种影响因素,包括:油井生产时间,生产气油比,含水率,油压,产量等,也可用于预测油井在生产过程中的结蜡剖面,这对油井的防蜡和清蜡具有重要作用。

参考文献:

[1] 王鸿勋,张琪,等. 采油工艺原理[M]. 北京:石油工业出版社,1989. 318~319.

[2] Keating J F and Wattenbarger R A. The simulation of paraffin deposition and removal in wellbores[J]. SPE 27871,1994.

[3] Weingarten J S and Euchner J A. Methods for predicting wax precipitation and deposition[J]. SPE 15654,1986.

[4] Hasan A R and Kabir C S. Aspects of wellbore heat transfer during two phase flow[J]. SPE Production & Facilities, August 1994.

(责任编辑 陈淑娴)