

文章编号:1673-5005(2008)04-0064-04

# 低渗透油藏水平井流入动态关系的建立

姚军<sup>1</sup>, 刘顺<sup>1</sup>, 胥元刚<sup>2</sup>

(1. 中国石油大学 石油工程学院, 山东 东营 257061; 2 西安石油大学 石油工程学院, 陕西 西安 710065)

**摘要:**采用等值渗流阻力法,推导出了低渗透油藏水平井稳定渗流产量公式、溶解气驱油气两相流产能方程及无因次流入动态方程。流入动态方程简单明了,与 Wiggins 方程形式一致。产能影响因素分析结果表明:中高渗透油藏的流动是启动压力梯度为零的低渗透油藏流动的一个特例;随着启动压力梯度的增加,水平井产能明显递减;水平井长度越长,产量越大。

**关键词:**低渗透油藏; 水平井; 等值渗流阻力法; 溶解气驱; 流入动态关系

中图分类号: TE 348 文献标识码: A

## Establishment of inflow performance relationship of horizontal wells in low-permeability reservoir

YAO Jun<sup>1</sup>, LIU Shun<sup>1</sup>, XU Yuan-gang<sup>2</sup>

(1. College of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061, Shandong Province, China;

2 College of Petroleum Engineering in Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** The productivity equations in steady fluid flow and oil-gas two-phase flow with solution gas drive of horizontal wells in low-permeability reservoirs were established by equivalent flowing resistance method. And the dimensionless inflow performance relationship of horizontal wells was given. The equations of inflow performance relationship are simple and clear, and correspond with Wiggins equations. The results show that the flow in middle and high permeability reservoirs is only a special case of flow in low-permeability reservoirs when the starting pressure gradient equals to zero. The productivity for horizontal wells in low-permeability reservoirs decreases with the starting pressure gradient increasing. And the productivity for horizontal wells increases evidently with the length of horizontal well increasing.

**Key words:** low-permeability reservoir; horizontal well; equivalent flowing resistance method; solution gas drive; inflow performance relationship

水平井比垂直井采收率高,主要是前者与油藏的有效接触面积更大。目前,对中高渗透油藏水平井稳定渗流的研究较多,推导出了各类水平井产能公式<sup>[1-5]</sup>。对于中高渗透溶解气驱油藏水平井,研究者通过油藏模拟或现场数据拟合,也得到了不同形式的流入动态方程<sup>[6-11]</sup>,这些关系式与 Vogel 方程差别不大,尤其是 Wiggins<sup>[11]</sup>通过对现场 27 组数据回归得到了与垂直井的 Vogel 方程非常相似的 IPR 方程,只是二项式的系数不同,产量平均绝对误差为 13.2%,拟合较好。但对于低渗透油藏水平井流入

动态关系的研究还较少。笔者通过等值渗流阻力法,推导出低渗透油藏水平井的稳定渗流产能方程和溶解气驱油气两相流流入动态方程。

## 1 稳定流动产能方程

假设: 油藏水平、等厚,顶部和底部不渗透; 油藏中部有一口与顶、底面平行的水平井; 垂直平面流动相当于平行板式流道内的一个汇点; 地层均质,忽略重力和毛管力的影响; 水平方向与垂直方向的启动压力相同。顶、底不渗透油藏中

收稿日期: 2007-09-06

基金项目: 中石化科技攻关项目(P06074)

作者简介: 姚军(1964-),男(汉族),山东平邑人,教授,博士,博士生导师,主要从事油气田开发工程的教学和科研工作。

的一口水平井示意图见图1。把稳定渗流分成垂直面上是直线供给边界的内阻和水平面上是椭圆边界外的外阻来推导。

(1) 直线供给边界的内阻系统。把原地层厚度 $h$ 看成井距,而水平井长度 $L$ 相当于地层厚度,该变换把条带域变成半平面,其变换的对应关系如图2所示。

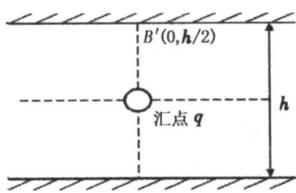


图1 顶、底不渗透油藏中的一口水平井示意图

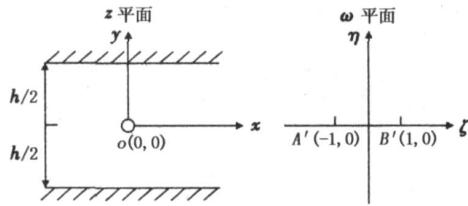


图2 保角变换对应关系

保角变换关系式为

$$= \exp\left(\frac{1}{h}z\right) = \exp\left(\frac{x+i}{h}\right) = \exp\left(\frac{x}{h}\right) \times \\ \left(\cos\frac{y}{h} + i \sin\frac{y}{h}\right) = \exp(i) = +i. \quad (1)$$

式中,  $z$ ,  $i$  分别为极坐标中的半径和角度。

在  $\omega$  平面上,通过镜像反映得到势函数

$$\phi = \frac{q}{1.086} \ln \left[ \left( \exp\left(\frac{2}{h}x\right) + 1 \right)^2 - 4 \exp\left(\frac{2}{h}x\right) \cos^2\frac{y}{h} \right] + C_1. \quad (2)$$

式中,  $\phi$  为势函数;  $q$  为流体产量,  $m^3/d$ ;  $C_1$  为常数。

当  $x=0, y=\frac{h}{2}$  时, 可得到垂直面顶部的势  $\phi_{h/2}$

为

$$\phi_{h/2} = \frac{q}{0.543} \ln 2 + C_1. \quad (3)$$

而点汇  $B$  在井底的势  $\phi_{wf}$  可分成两部分, 分别由点汇  $A$  和  $B$  引起。 $A$  点到  $B$  点的距离可近似认为等于 2, 点汇  $B$  的半径为

$$= \left| \frac{d(-1)(+1)}{dz} \right|_{(0,0)} k_w = \left| \frac{2}{h} \exp\left(\frac{-1}{h}\right) \right|_{(0,0)} k_w = \frac{2}{h} k_w, \quad (4)$$

则

$$\phi_{wf} = \frac{q}{0.543} \left( \ln 2 + \ln \frac{2}{h} k_w \right) + C_1. \quad (5)$$

式中,  $k_w$  为井筒半径,  $m$ 。

由式(3), (5) 得到

$$\phi_{h/2} - \phi_{wf} = \frac{q}{0.543} \ln \frac{h}{2 k_w}, \quad (6)$$

非达西渗流方程为

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{k}{\mu} \left( \frac{dp}{dr} - G_{Dp} \right). \quad (7)$$

对式(7)在  $\left[ k_w, \frac{h}{2} \right]$  内积分, 再把式(6)代入得

$$q_v = \frac{0.543 k \left[ p_{h/2} - p_{wf} - G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right]}{\mu \ln \frac{h}{2 k_w}}. \quad (8)$$

式中,  $q_v$  为垂直面上的稳定渗流产量,  $m^3/d$ ;  $k$  为地层绝对渗透率,  $10^{-3} \mu m^2$ ;  $\mu$  为稳定渗流时流体粘度,  $mPa \cdot s$ ;  $G_{Dp}$  为启动压力梯度,  $MPa/m$ ;  $p_{h/2}$  为垂直方向上的油层顶部压力,  $MPa$ ;  $p_{wf}$  为井底流压,  $MPa$ 。

如果取  $p_{h/2} = p_r$ , 则内阻为

$$R_{N1} = \frac{\mu \ln \frac{h}{2 k_w}}{0.543 k \left[ p_r - p_{wf} - G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right]}. \quad (9)$$

式中,  $R_{N1}$  为稳定渗流内阻,  $MPa/(m^3 \cdot d)$ ;  $p_r$  为垂直方向上的边界压力,  $MPa$ ;  $p$  为泄油边界到井筒的压降,  $MPa$ 。

如果水平井偏向油层顶部 距离, 即不位于油层厚度中间, 则此情况下偏心距井只对垂直平面产能产生影响。引入变换  $= z + i$ , 就可将垂直平面存在偏心距问题的求解转化成无偏心距问题的求解, 此时引入的保角变换关系式为  $= \exp\left[-\frac{1}{h}(z+i)\right]$ , 与前面的推导类似, 可以得到直线供给边界的内阻方程式。

(2) 椭圆边界条件下的外阻系统。茹科夫斯基函数  $z = c \left( \frac{1}{w} + \frac{1}{w-1} \right) / 2$  把  $z$  平面上椭圆周边变为

平面上半径为  $R = \frac{a+b}{c}$  ( $a, b$  分别为椭圆长半轴和短半轴) 的圆周, 而把连结焦点的裂缝变成单位半径的圆周, 其变换的对应关系如图3所示。由椭圆性质可知 平面上的圆周半径为  $R = \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2/4}}{L/2}$ , 则 平面上任意半径  $r$  处的复势为

$$U = \frac{q}{0.543} \ln r + C, \quad (10)$$

于是, 半径  $R$  和 1 处的势差为

$$\phi_R - \phi_1 = \frac{q}{0.543} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2/4}}{L/2}. \quad (11)$$

式中,  $\phi_R$ ,  $\phi_1$  分别为半径等于  $R$  和 1 处的势。

对式(7)在  $(k_w, \sqrt{ab})$  上积分, 再把式(11)代入, 可得

$$q_h = \frac{0.543k[p_e - p_{wf} - G_{Dp}(\sqrt{ab} - k_w)]}{\mu \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2/4}}{L/2}}. \quad (12)$$

式中,  $q_h$  为稳定渗流时水平面上的产量,  $m^3/d$ ;  $p_e$  为原始地层压力, MPa。

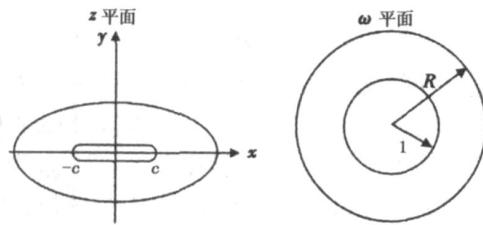


图 3 有椭圆边界裂缝的保角变换

稳定渗流外阻  $R_{fH1}$  为

$$R_{fH1} = \frac{p\mu \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2/4}}{L/2}}{0.543kh[p_e - p_{wf} - G_{Dp}(\sqrt{ab} - k_w)]}. \quad (13)$$

因为

$$R_{fV1} + R_{fH1} = \frac{p}{q_{H1}}, \quad (14)$$

于是可得稳定渗流水平井产量  $q_{H1}$  为

$$q_{H1} = \frac{0.543k}{\mu} \left\{ \frac{\ln \frac{h}{2}}{L \left[ p_r - p_{wf} - G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right]} + \frac{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2/4}}{L/2}}{h [p_e - p_{wf} - G_{Dp}(\sqrt{ab} - k_w)]} \right\}^{-1}. \quad (15)$$

式(15)即为低渗油藏水平井稳态产能方程。

当  $G_{Dp} = 0$ ,  $p_r = p_e$  时, 可得到与文献[4]相同的产量公式, 即中高渗油藏水平井稳态产能方程。因此可把中高渗油藏水平井稳态产能看成是低渗油藏水平井稳态产能的一个特例。

## 2 油气两相流动产能方程

低渗油藏中的两相流动, 不仅要考虑启动压力梯度, 而且  $K_{ro}(\mu_o B_o)^{-1}$  随压力  $p$  变化。对于两相流动方程的建立, 仍然采用等值渗流阻力法来推导。

对于内阻, 先考虑水平井垂直面流动方程

$$\frac{d\phi}{dl} = \frac{k K_{ro}}{\mu_o B_o} \left( \frac{dp}{dl} - G_{Dp} \right), \quad (16)$$

可以把  $K_{ro}(\mu_o B_o)^{-1}$  看成是压力  $p$  的线性函数, 令

$$dH = \frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} dp = (A + Bp) dp \quad (17)$$

式中,  $K_{ro}$  为原油相对渗透率;  $\mu_o$  为原油粘度, mPa·s;  $B_o$  为原油体积系数;  $A, B$  为线性函数直线段的截距和斜率。

联立式(16), (17)可得

$$(p_{h/2} - p_{wf})(\phi_{h/2} - \phi_{wf}) = k \left[ (p_{h/2} - p_{wf}) - G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right] \left[ \frac{A}{2} p_{h/2}^2 + B p_{h/2} - \frac{A}{2} p_{wf}^2 - B p_{wf} \right]. \quad (18)$$

把式(6)代入式(18)即可得两相流内阻  $R_{fV2}$ , 即

$$R_{fV2} = \frac{p \ln \frac{h}{2}}{0.543kL} \left\{ \frac{A}{2} p_{h/2}^2 + \left[ B - \frac{A}{2} G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right] p_{h/2} - \left[ B + \frac{A}{2} G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right] p_{wf} - \frac{A}{2} p_{wf}^2 - B G_{Dp} \left( \frac{h}{2} - k_w \right) \right\}^{-1}. \quad (19)$$

对于外阻, 考虑水平井水平面流动方程

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{k K_{ro}}{\mu_o B_o} \left( \frac{dp}{dr} - G_{Dp} \right), \quad (20)$$

联立式(17), (20)可解得

$$(\phi_R - \phi_1) = k [p_e - p_{wf} - G_{Dp}(\sqrt{ab} - k_w)] \times \left( \frac{A}{2} p_e + B + \frac{A}{2} p_{wf} \right). \quad (21)$$

把式(12)代入式(21), 得两相流外阻  $R_{fH2}$ , 即

$$R_{fH2} = \frac{p \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2/4}}{L/2}}{0.543kh} \left\{ \frac{A}{2} (p_e^2 - p_{wf}^2) + \left[ B - \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right] p_e - \left[ B + \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right] p_{wf} - B G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right\}^{-1}. \quad (22)$$

由  $R_{fH2} + R_{fV2} = \frac{p}{q_{H2}}$ , 将式(19)和(22)代入则可得低渗水平井两相流产量  $q_{H2}$ 。

## 3 油气两相流动的流入动态方程

由于低渗油藏水平井两相流产量公式的复杂性, 很难推导出简洁的流入动态(IPR)方程。根据  $R_{fH2}$  和  $R_{fV2}$  分母构成相似性, 采用数学中常用的“缩放”法来确定其 IPR 方程。

(1) 将油藏在垂直方向放大。假设  $p_{h/2} = p_e$ ,  $\frac{h}{2} = \sqrt{ab}$ , 可得

$$\frac{1}{q_{H2}} = \left\{ \frac{\ln \frac{h}{2k_w}}{0.543kL} + \frac{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2}/4}{L/2}}{0.543kh} \right\} \times \left\{ \frac{A}{2} (p_e^2 - p_{wf}^2) + \left[ B - \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right] p_e - \left[ B + \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right] p_{wf} - BG_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right\}^{-1}$$

令  $p_{wf} = 0$ , 得两相流水平井油当量最大产量

为

$$\frac{1}{q_{H2max}} = \left\{ \frac{\ln \frac{h}{2k_w}}{0.543kL} + \frac{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - L^2}/4}{L/2}}{0.543kh} \right\} \left\{ \frac{A}{2} p_e^2 + \left[ B - \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right] p_e - BG_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w) \right\}^{-1},$$

则

$$\frac{q_{H2}}{q_{H2max}} = 1 - \frac{B + \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)}{\frac{A}{2} p_e + B} \frac{p_{wf}}{p_e - G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)} - \frac{\frac{A}{2} [p_e - G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)]}{\frac{A}{2} p_e + B} \left[ \frac{p_{wf}}{p_e - G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)} \right]^2. \quad (23)$$

(2) 将油藏在垂直方向缩小。假设油层足够薄, 即垂直面对产量没有贡献, 即  $R_{IV2} = 0$  时, 得到与式(23)相同的表达式。垂直面供液边界从 0 到  $\sqrt{a}$  时, 水平井 IPR 方程是不变的。

令

$$c_1 = \frac{B + \frac{A}{2} G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)}{\frac{A}{2} p_e + B},$$

则有

$$\frac{q_{H2}}{q_{H2max}} = 1 - c_1 \frac{p_{wf}}{p_e - G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)} - (1 - c_1) \times \left[ \frac{p_{wf}}{p_e - G_{Dp} (\sqrt{ab} - k_w)} \right]^2. \quad (24)$$

式(24)即为低渗水平井两相流 IPR 方程。当  $G_{Dp} = 0$  时, 得到中高渗油藏水平井两相流 IPR 方程, 与 Wiggins<sup>[11]</sup>得出的方程完全一致。

## 4 水平井产能的影响因素分析

某低渗油藏, 油藏埋深 1.5 km, 油层厚度 12 m, 有效孔隙度 10% ~ 13%, 空气渗透率  $(1 \sim 2) \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ , 饱和压力  $2.6 \sim 3.9 \text{ MPa}$ , 井筒半径 139.7 mm。根据其油层物性, 作  $K_{ro} (\mu_o B_o)^{-1} \sim p$  关系图, 得出 A

$= 0.029$ ,  $B = 0.016$ 。已知该油藏压力为 6 MPa, 油藏供给边界  $a = 200 \text{ m}$ , 水平井长  $L = 240 \text{ m}$ , 由椭圆性质可知  $b = 160 \text{ m}$ ,  $\sqrt{ab} \gg k_w$ , 计算时忽略  $k_w$ 。图 4 为该油井不同启动压力梯度下的无因次流入动态曲线。图 5 为  $G_{Dp} = 0.01 \text{ MPa/m}$  时, 不同水平井长度下的无因次流入动态曲线。

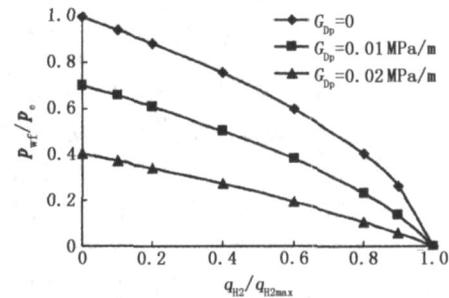


图 4 不同启动压力梯度下的无因次流入动态曲线

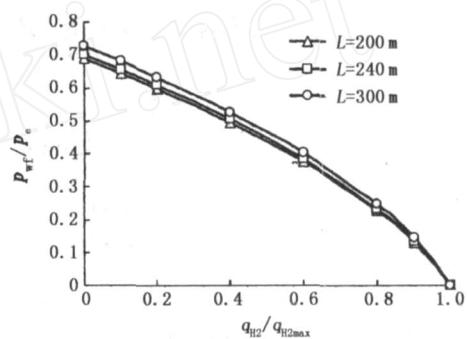


图 5 不同水平井长度下的无因次流入动态曲线

由图 4 可知, 启动压力梯度对油井产量影响很大, 随着启动压力梯度的增加, 产量呈明显递减趋势, 且启动压力梯度越大, 低渗油藏渗流无因次产量和压力的关系曲线与中高渗油藏渗流无因次产量和压力的关系曲线偏离程度越大。

从图 5 可以看出, 启动压力梯度一定时, 水平井长度越长, 产量越大。

## 5 结论

(1) 推导出了低渗油藏水平井 IPR 方程, 得到的方程形式与 Wiggins 方程形式一致。

(2) 中高渗油藏的流动可以看成是启动压力梯度等于零时的低渗油藏流动的一个特例。

(3) 随着启动压力梯度的增加, 水平井产量呈明显递减趋势, 其无因次产量和压力的关系曲线相对于中高渗油藏中水平井无因次产量与压力的关系曲线偏离程度越大。水平井长度越长, 产量越大。

(下转第 72 页)

- [5] HAND Y L. A laboratory study of oil recovery by solution gas drive [J]. Transaction A ME, 1958, 212: 21-28.
- [6] 孙良田. 油层物理实验 [M]. 北京: 石油工业出版社, 1992: 31-37.
- [7] 秦积舜, 陈兴隆. Orinoco地层油的开发特征和组分研究 [J]. 现代地质, 2007, 21 (1): 145-149.  
Q N Ji-shun, CHEN Xing-long Development characteristics of Orinoco oil and components analysis [J]. Geoscience, 2007, 21 (1): 145-149.
- [8] 张建国, 雷光伦, 张艳玉. 油气层渗流力学 [M]. 东营: 石油大学出版社, 1998: 143-146.
- [9] 中国石油天然气总公司. SY/T6339 - 1998 油气相对渗透率测定——非稳态法 [S]. 北京: 中国标准出版社, 1998.
- [10] 秦积舜, 陈兴隆. 油藏条件下泡沫油的油气相渗规律研究 [J]. 西安石油大学学报: 自然科学版, 2007, 22 (2): 116-118.  
Q N Ji-shun, CHEN Xing-long Study on foam oil and gas relative permeability under reservoir conditions [J]. Journal of Xi'an Shiyou University(Natural Science Edition), 2007, 22 (2): 116-118.
- [11] KUMAR R, POOLAD H, Darvish M, OKAZAWA T. An investigation into enhanced recovery under solution gas drive in heavy oil reservoirs [R]. SPE 59336, 2000.
- [12] BAYON YM, COATES R M, LILLICO D A. Application and comparison of two models of foamy oil behavior of long core depletion experiments [R]. SPE 78961, 2002.
- [13] 桓冠仁, 沈平平. 一种非稳态油水相对渗透率曲线计算方法 [J]. 石油勘探与开发, 1982, 9 (2): 52-58.  
HUAN Guan-ren, SHEN Ping-ping A calculation method of oil-water relative permeability curve by unstable condition experiment [J]. Petroleum Exploration and Development, 1982, 9 (2): 52-58.
- [14] 沈平平. 驱替实验计算相对渗透率方法综述 [J]. 石油勘探与开发, 1982, 9 (3): 73-79.  
SHEN Ping-ping Summary of relative permeability calculation methods by flooding experiment [J]. Petroleum Exploration and Development, 1982, 9 (3): 73-79.
- [15] 中国石油天然气总公司. SY/T5345 - 1999 油水相对渗透率测定 [S]. 北京: 中国标准出版社, 1999.
- [16] TANG Guo-qing, FIROOZABAD I, Abbas Gas and liquid-phase relative permeabilities for cold production from heavy oil reservoirs [R]. SPE 56540, 1999.
- [17] 苏畅, 郭平, 李士伦, 等. 凝析油气微观流动及相渗规律研究 [J]. 天然气工业, 2002, 22 (4): 61-64.  
SU Chang, GUO Ping, LI Shi-lun, et al Study of condensate oil-gas flow in micro-model and relative permeability [J]. Natural Gas Industry, 2002, 22 (4): 61-64.

(编辑 李志芬)

(上接第 67页)

## 参考文献:

- [1] JOSH I S D. Augmentation of well productivity with slant and horizontal well [R]. SPE 15375, 1988.
- [2] GIGER F M. 利用水平井开发低渗透油藏 [C] / 罗英俊, 译. 水平井开采技术译文集 (上册). 北京: 石油工业出版社, 1991: 159-170.
- [3] RENARD G, DUPUY J G. Influence of formation damage on the flow efficiency of horizontal wells [R]. SPE 19414, 1991.
- [4] 李, 王卫红, 王爱华. 水平井产量公式分析 [J]. 石油勘探与开发, 1997, 24 (5): 76-79.  
LI Dang, WANG Wei-hong, WANG Ai-hua Analysis of productivity formulae of horizontal well [J]. Petroleum Exploration and Development, 1997, 24 (5): 76-79.
- [5] 李廷礼, 李春兰, 吴英, 等. 低渗透油藏压裂水平井产能计算新方法 [J]. 中国石油大学学报: 自然科学版, 2006, 30 (2): 48-52.  
LI Ting-li, LI Chun-lan, WU Ying, et al A new way to calculate fractured horizontal wells productivity in low permeability oil reservoirs [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2006, 30 (2): 48-52.
- [6] PLAHN S V, STARTZMAN R A, WATTENBARGER R A. A method for predicting horizontal well performance in solution-gas-drive reservoirs [R]. SPE 16201, 1987.
- [7] BENDAKHLA H, AZIZ K. Inflow performance relationships for solution-gas drive horizontal wells [R]. SPE 19823, 1989.
- [8] CHENG A M. Inflow performance relationships for solution-gas drive slanted/horizontal wells [R]. SPE 20720, 1990.
- [9] WANG S H. Analysis of horizontal oilwell performance [D]. Norman, OK: University of Oklahoma, 1996.
- [10] RETNANTO A, ECONOMIDES M J. Inflow performance relationships of horizontal and multibranched wells in a solution-gas-drive reservoir [R]. SPE 50659, 1998.
- [11] WIGGINS M L, WANG S H. A two-phase IPR for horizontal oil wells [R]. SPE 94302, 2005.

(编辑 李志芬)