

文章编号: 1001-3873(2009)06-0717-03

## 多种渗流模式的统一性研究

吕爱民, 姚 军, 郭自强

(中国石油大学 石油工程学院, 山东 东营 257061)

**摘 要:** 针对不同类型油气藏中采用各种不同的油气渗流模式相对孤立、缺乏统一物理解释的现状, 以毛细管模型为基础, 通过对 N-S 方程的简化和一系列推导, 得出了常规油藏、低渗-稠油油藏和存在滑动效应的低渗透气藏的渗流速度表达式。研究表明, 3 种典型的渗流模式具有相同的物理模型和基本数学方程, 边界条件的不同决定了其具体表达形式的差异, 雷诺数是决定渗流模式的根本因素, 从而揭示了 3 种典型渗流模式的一致性。推导出了连续函数形式的低渗-稠油油藏渗流方程, 从而改变了广义达西定律的分段形式, 且弥补了广义达西定律难以描述过渡段、夸大启动压力梯度的不足, 具有较高的理论价值。

**关键词:** 渗流模式; 运动方程; 毛细管; 达西定律

中图分类号: TE312

文献标识码: A

在低渗透油藏的开发中, 由于存在启动压力梯度, 不得不对传统的达西定律进行扩展——在达西方程中增加附加阻力项, 从而形成了考虑启动压力梯度的分段函数形式的广义达西定律<sup>[1]</sup>。但广义达西定律只是对渗流规律的一种近似, 难以真实反映过渡段的渗流特征, 实质上夸大了启动压力梯度的影响。在低渗透气藏的开发中, 克林肯伯格效应(即气体滑动效应)的存在使人们对达西定律不得不又进行了重新的改写——在达西方程中增加附加动力项<sup>[1, 2]</sup>。目前在不同类型的油气藏中采用了各种不同的油气渗流模式, 但各种流动模式相对孤立、缺乏统一的物理解释, 因此将其统一起来具有极高的理论价值。本文基于毛细管模型, 利用 N-S 方程导出不同渗流模式的方程形式, 并利用相似准数试图将各种渗流模式统一起来。

### 1 描述毛细管中流体流动的基本方程

根据 N-S 方程的一般式<sup>[3]</sup>, 单根等直径毛细管在圆柱坐标系  $(r, \theta, z)$  中流体流动的 N-S 方程可由 (1)~(3) 式描述(为推导方便, 均采用国际单位制):

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v_\theta^2}{r} + \frac{\mu}{\rho} \left( \nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = F_\theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{\mu}{\rho} \left( \nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v_z. \quad (3)$$

柱坐标中不可压缩流体的连续性方程为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

### 2 基本方程的简化

对于无外力情况下沿毛细管方向( $z$  方向)的稳定流动, 假定流动为轴对称且始终平行于  $z$  轴, 则有  $v_r = v_\theta = 0$ ,  $F_r = F_\theta = F_z = 0$  和  $\partial v_r / \partial t = \partial v_\theta / \partial t = \partial v_z / \partial t = 0$ 。

由于  $v_r = v_\theta = 0$ , (4) 式可简化为

$$\partial v_z / \partial z = 0, \quad (5)$$

同时假定在毛细管径向上任一点的压力均为常数, 即  $\partial p / \partial \theta = \partial p / \partial r = 0$ , 则方程 (1)~(3) 可简化为

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0. \quad (6)$$

考虑到  $\rho \neq 0$  且  $p$  只有  $z$  方向的导数存在, (6) 式可写成

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right). \quad (7)$$

(7) 式即为无外力情况下沿毛细管方向稳定流动的基本方程。

### 3 不同边界条件及其解

存在以下 3 种边界条件:

(1) 泊谔叶条件(或称达西条件) 该情况下, 毛

收稿日期: 2009-03-03

修订日期: 2009-04-30

基金项目: 国家 973 项目“碳酸盐岩缝洞型油藏流体流动机理研究(2006CB202404)”资助

作者简介: 吕爱民(1970-) 男, 河北乐亭人, 副教授, 博士, 油气田开发 (Tel) 0546-8391192 (E-mail) hdpulam@163.com.

细管壁处的流体流速为 0,毛细管入口和出口压力分别为  $p_1$  和  $p_2$ , 则 4 个边界可用(8)——(11)式来描述,即

$$v_z|_{r=R}=0; \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial v_z}{\partial r} \right|_{r=0}=0; \quad (9)$$

$$p|_{z=0}=p_1; \quad (10)$$

$$p|_{z=L}=p_2. \quad (11)$$

边界条件(10)式和(11)式可用于具体产量、流速等指标的计算,本文暂不予求解。

(2) 低渗稠油条件 由于流体的粘塑性使靠近毛细管壁处的流体无法流动,其边界条件可描述为

$$v_z|_{r=R'}=0, \quad (R'=R-\delta). \quad (12)$$

其他 3 个边界仍可用(9)——(11)式描述。

(3) 克林肯伯格条件(或称滑动条件) 由于存在滑动效应,毛细管壁处的流体流速为  $v_0$  ( $v_0>0$ ),其边界条件可描述为

$$v_z|_{r=R}=v_0. \quad (13)$$

其他 3 个边界亦可用(9)——(11)式描述。

根据前述假设条件——毛细管径向上任一点的压力均为常数且流动始终平行于  $z$  轴,故(7)式中  $dp/dz$  与  $r$  无关,则(7)式可分离变量为

$$\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} r = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right). \quad (14)$$

(14)式两端对  $r$  积分,可得

$$\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dz} r^2 + c_1 = r \frac{\partial v_z}{\partial r}. \quad (15)$$

对(15)式再分离变量并积分,可得

$$v_z = (1/4\mu) (dp/dz) r^2 + c_1 \ln r + c_2. \quad (16)$$

(16)式即为(7)式的通解。

将 3 种不同的边界条件分别代入(16)式,可得到 3 种不同情况下的特解。在泊谟叶条件下,可解得  $c_1=0$

$c_2 = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dz} R^2$ , 则流动速度可写为

$$v_z = (1/4\mu) (dp/dz) (r^2 - R^2). \quad (17)$$

在低渗稠油条件下,可解得  $c_1=0$ ,  $c_2 = -1/(4\mu) (dp/dz) R^2$ , 则流动速度可写为

$$v_z = (1/4\mu) (dp/dz) (r^2 - R'^2), \quad (r \leq R'). \quad (18)$$

在克林肯伯格条件下,可得  $c_1=0$ ,  $c_2 = v_0 - 1/(4\mu) (dp/dz) R^2$ , 则流动速度可写为

$$v_z = v_0 + (1/4\mu) (dp/dz) (r^2 - R^2). \quad (19)$$

#### 4 3 种典型渗流模式的导出

(17)——(19)式为 3 种情况下流体在毛细管中的真实流速,毛细管中的流量可表示为

$$q = \int_0^R 2\pi r v_z dr. \quad (20)$$

将(17)式代入(20)式,完成积分得

$$q = (\pi R^4/8\mu) (dp/dz). \quad (21)$$

(21)式即为泊谟叶方程。

将(18)式代入(20)式,注意到  $R'$  之外流体不流动,完成积分得

$$q = (\pi R'^4/8\mu) (dp/dz). \quad (22)$$

将(19)式代入(20)式,完成积分得

$$q = \pi R^2 v_0 + (\pi R^4/8\mu) (dp/dz). \quad (23)$$

渗流力学中一般用渗流速度来描述运动方程,假定油藏的孔隙度为  $\phi$ , 则渗流速度可表示为

$$u = q/A = q\phi/\pi R^2. \quad (24)$$

将(21)式代入(24)式,得泊谟叶渗流模式

$$u = (\phi R^2/8\mu) (dp/dz). \quad (25)$$

若令渗透率  $K = \phi R^2/8$ , 则(25)式可写为

$$u = (K/\mu) (dp/dz). \quad (26)$$

将(22)式代入(24)式,得低渗稠油渗流模式

$$u = \frac{\phi R'^4}{8\mu R^2} \frac{dp}{dz} = \frac{\phi (R-\delta)^4}{8\mu R^2} \frac{dp}{dz}. \quad (27)$$

若令渗透率  $K = \phi R^2/8$ , 则(27)式可写成

$$u = (K/\mu) (dp/dz) (1-\delta/R)^4. \quad (28)$$

实际上不动层的厚度与压力梯度(或渗流速度)有关,毛细管中不动层的厚度可近似描述为

$$\delta = R/[1+a(dp/dz)^b]. \quad (29)$$

将(29)式代入(28)式,可得

$$u = \frac{K}{\mu} \frac{dp}{dz} \left[ 1 - \frac{1}{1+a(dp/dz)^b} \right]^4. \quad (30)$$

(30)式为非线性渗流方程,可很好地描述低渗油藏和稠油油藏的渗流特征,包括过渡段的渗流规律。该式为一个连续函数形式的方程,从而改变了广义达西定律的分段形式,且可弥补广义达西定律难以描述过渡段、夸大启动压力梯度的不足。

(30)式与(26)式对比可见,在相同的压力梯度下,低渗稠油模式的渗流速度比达西流速要低。

将(23)式代入(24)式,得克林肯伯格渗流模式

$$u = \phi v_0 + (\phi R^2/8\mu) (dp/dz). \quad (31)$$

若令渗透率  $K = \phi R^2/8$ , 则(31)式可写成

$$u = (K/\mu) (dp/dz) + \phi v_0. \quad (32)$$

上述式中的毛细管壁流速  $v_0$  与油藏岩石、流体性质、平均压力及压力梯度等因素有关,且与压力梯度成正比关系。考虑到油藏渗透率、孔隙度及流体粘度均为常数,(32)式可写为

$$u = (K/\mu) (dp/dz) (1+K'). \quad (33)$$

用(33)式便可描述存在滑动效应时的气体渗流规律。(33)式与(26)式对比可见,在相同的压力梯度下,滑动模式的渗流速度比达西流速要高。

#### 5 不同渗流模式的水力学判据

上述 3 种渗流模式均用毛细管模型导出,因此可

借鉴管路流体力学的相似准数——雷诺数来进行判别<sup>[3]</sup>,其表达式为

$$R_e = \rho d v / \mu. \quad (34)$$

由(34)式可见,雷诺数与毛细管直径、流动速度、流体的粘度和密度有关。对于低渗和稠油油藏而言,流体密度相差不大,且流速均较低,其主要差别在于低渗油藏毛细管直径小,而稠油油藏流体粘度大,二者均使雷诺数相对较低。可见,相近的雷诺数是低渗油藏和稠油油藏具有相同渗流模式的根本原因。例如有2个油藏:一个油藏的毛细管平均直径为 $1\text{ }\mu\text{m}$ ,孔隙度为0.3,根据上述关系式计算得渗透率为 $9.375 \times 10^{-3}\text{ }\mu\text{m}^2$ ,原油密度为 $0.85\text{ t/m}^3$ ,原油地下粘度为 $3\text{ mPa}\cdot\text{s}$ ;另一个油藏的毛细管平均直径为 $10\text{ }\mu\text{m}$ ,孔隙度为0.3,则计算得渗透率为 $937.5 \times 10^{-3}\text{ }\mu\text{m}^2$ ,原油密度为 $0.95\text{ t/m}^3$ ,原油地下粘度为 $100\text{ mPa}\cdot\text{s}$ 。可明显看出,第一个油藏为典型的低渗稀油油藏,另一个为典型的高渗稠油油藏,在给定的压力梯度下,根据前述公式不难算出二者的雷诺数。通过对比发现,在相同压力梯度下,二者的雷诺数非常接近,这是二者具有相同渗流模式的根本原因。

对于低渗透气藏而言,虽然其毛细管直径同样较小且流体密度低,但与原油相比其粘度更低、流速更大,使其具有较高的雷诺数,因此与液体的渗流模式存在较大的差别。

综上所述,3种渗流模式具有相同的物理模型和相同的基本数学方程,边界条件的不同导致渗流模式的差异。雷诺数是决定渗流模式的根本因素,具有相近雷诺数的流动应具有相同的渗流模式,但依据雷诺数准确地判别渗流模式,尚需进行大量的实验工作。

### 符 号 注 释

$a$   $b$ ——分别为与毛细管尺寸和流体性质相关的系数,可通过实验获得;

$A = \pi R^2 / \phi$ ——毛细管所在油藏区域的渗流截面积  $\text{m}^2$ ;

$c_1$   $c_2$ ——积分常量;

$d$ ——毛细管直径  $\text{m}$ ;

$F_r$   $F_\theta$   $F_z$ ——分别为在 $r$ 、 $\theta$ 和 $z$ 方向上的外力  $\text{N}$ ;

$K$ ——油藏的渗透率  $\text{m}^2$ ;

$K'$ ——比例系数,对于压缩性极强的气体,该系数是平均压力的函数;

$p$ ——压力  $\text{Pa}$ ;

$p_1$   $p_2$ ——分别为毛细管的入口压力和出口压力  $\text{Pa}$ ;

$q$ ——流量  $\text{m}^3/\text{s}$ ;

$r$ ——圆柱坐标中的径向位置变量  $\text{m}$ ;

$R$ ——毛细管半径  $\text{m}$ ;

$R_e$ ——雷诺数,无因次;

$R'$ ——毛细管中可动流体半径  $\text{m}$ ;

$t$ ——时间变量  $\text{s}$ ;

$u$ ——渗流速度  $\text{m/s}$ ;

$v$ ——流体在毛细管中的流速  $\text{m/s}$ ;

$v_0$ ——毛细管壁处的流速  $\text{m/s}$ ;

$v_r$   $v_\theta$   $v_z$ ——分别为在 $r$ 、 $\theta$ 和 $z$ 方向上的速度分量  $\text{m/s}$ ;

$z$ ——圆柱坐标中的轴向位置变量  $\text{m}$ ;

$\mu$ ——流体粘度  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ;

$\phi$ ——油藏孔隙度  $f$ ;

$\rho$ ——流体密度  $\text{kg/m}^3$ ;

$\theta$ ——圆柱坐标中的角度变量,弧度;

$\delta$ ——毛细管中流体不动层厚度  $\text{m}$ ;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

### 参考文献:

- [1] 张建国,雷光伦,张艳玉.油气层渗流力学[M].山东东营:石油大学出版社,1998:12-14.
- [2] 洪世铎.油藏物理基础[M].北京:石油工业出版社,1985:77-79.
- [3] 袁恩熙.工程流体力学[M].北京:石油工业出版社,1986:85-91,100-111.

## Study on Unitization of Various Flow Patterns

LV Ai-min, YAO Jun, GUO Zi-qiang

(College of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Dongying, Shandong 257061, China)

**Abstract:** In study of different types of reservoirs tend to adopting various and independent oil/gas flow patterns, so it is difficult to get a uniform physical explanation. Based on the capillary model, this paper presents the uniform percolation rate expressions for ordinary reservoir, low permeability-heavy oil reservoir and low permeability gas reservoir existing slippage effect by simplification of N-S equation and a series of deductions. The study shows that these three typical flow patterns have similar physical model and basic mathematical equation, and the difference in specific expression is decided by different boundary conditions. Reynolds number is the key factor for deciding the flow patterns and demonstrates the uniformity of these three typical flow patterns. In addition, this paper derives the continuous function form of kinematic equation for low permeability-heavy oil reservoir, thus changing the piecewise expression of generalized Darcy's law, making up the defects that generalized Darcy's law can not describe intermediate flow period and magnifies the threshold pressure gradient. This study is of high theoretical value.

**Key Words:** percolation; flow pattern; kinematic equation; capillary; Darcy's Law