

文章编号: 1000-4874(2009)-06-0705-08

基于不同倾角的压裂水平井试井解释*

樊冬艳, 姚军, 王子胜, 张贵玲

(中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东青岛 266555, Email: fanill@163.com)

摘 要: 基于源函数理论, 采用镜像映射和叠加原理建立了压裂水平井中裂缝呈不同角度时地层中任一点的压力计算公式, 并通过 Laplace 变换和 Stehfest 数值反演得到了考虑井筒存储和表皮系数影响的水平井井底压力解。对影响水平井井底压力的因素进行研究表明: 裂缝倾角对各向同性地层中的压力影响主要表现在线性流到径向流的过渡阶段; 而对各向异性地层中的压力影响主要表现在早期, 裂缝的倾角越大, 定产量生产所需压差越大, 压差变化幅度也越大; 裂缝对地层的穿透程度只影响水平井各流态出现的时间, 穿透程度越大, 相应流态出现的时间便越晚; 同时, 只有当裂缝的间距达到一定距离时才能出现第一径向流, 且间距越大, 第一径向流持续的时间越长。

关 键 词: 压裂水平井; 不同倾角裂缝; 点源函数; 压力动态

中图分类号: TE353

文献标识码: A

Well testing on fractured horizontal well with different dip angles

FAN Dong-yan, YAO Jun, WANG Zi-sheng, ZHANG Gui-ling
(College of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266555, China)

Abstract: Based on source function theory, the formulas to compute the pressure of fractured horizontal well with different dip angles were established through the method of images and superposition principle, and the solutions of bottom pressure with consideration of effects of wellbore storage and skin factor were obtained by means of Laplace transform and

* **收稿日期:** 2009-03-27(2009-06-22 修改稿)

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973计划), (2006CB202400)项目资助

作者简介: 樊冬艳(1985-),女,江西省南昌市人,博士生。

Stehfest numerical Inversion. The effect factors of bottom-hole pressure were studied, the results show that the pressure performance influenced by different dip angles mainly appears at the transition period from first linear flow to radial flow in the isotropic formation. While in the condition of anisotropic formation, there is an influence during early-time flow period, that the bigger dip angles are, the higher differential pressure with constant production needs, and the pressure difference change increases with the growth of dip angle. The penetration degree of crack in the layer only influence the emerging time of flow behaviors, and the penetration deeper is, the later the corresponding behaviors appear. The first radial flow appears only when the fracture interspacing achieves some extent, and the larger the space is, the first radial flow lasts longer.

Keywords: fractured horizontal well; different dip angles; source function; pressure performance

1 引言

水平井对低渗透油藏的开发具有非常重要的作用^[1~4]，特别是水平井和水力压裂相结合的压裂水平井技术，但由于压裂裂缝改变了水平井近井周围的流动形态，因此其压力动态特征与普通水平井存在较大差异^[5~9]。Guo和Horne利用源函数及Newman乘积原理建立了具有多条横向裂缝的水平井数学模型，分析了压裂水平井的井底流动形态^[10,11]；国内学者李笑萍和李军诗等利用积分变换及半解析的方法也得到了多条横向裂缝水平井的井底压力解^[12~14]。但目前在大部分的试井解释模型中裂缝都是横向或纵向的，与实际中裂缝与水平井可成任意角度不符，对该情况下水平井的井底压力动态进行研究，对于科学合理评价储层参数，并高效开发低渗透油藏具有非常重要的意义。

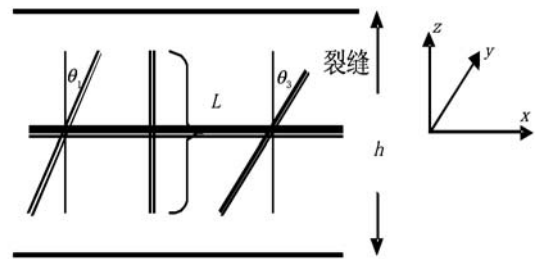


图1 不同倾角压裂水平井的物理模型

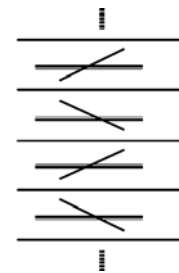


图2 单条裂缝映射示意图

2 试井解释模型的建立及求解

2.1 物理模型

水平井穿过多条不同倾角裂缝的模型如图1所示。假设流体在水平井筒和裂缝内的流动均为无限导流；油藏均质各向异性，水平等厚，上下边界封闭，外边界无限大；水平井仅在裂缝交界处射孔；水平井井底的总流量一定，但各条裂缝的流量不一定相等；地层岩石和流体均微可压缩，且压缩系数为常数；流体在裂缝中的流动符合达西定律。

2.2 地层中任一点压力计算公式的建立

2.2.1 单条裂缝情况下的压力降

首先利用镜像反映原理，消去上下封闭边界的影响如图2；映射以后裂缝源的位置可分为两类：

$$\begin{cases} (x_{wi} + z_w \tan \theta_i, y_w, z_w + 2nh) \\ (x_{wi} + z_w \tan \theta_i, y_w, h - z_w + 2nh) \end{cases}$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

式中，倾角 θ 的范围为 $(-90, 90)$ 。

由Gringarten和Remy提出地层中任意一点的源函数为^[15]：

$$S(x, y, z, t) = \frac{1}{8\sqrt{R}[\pi\eta t]^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{4\eta t}\right\}$$

$$\left[(x - x_w)^2 + (y - y_w)^2 + (z - z_w)^2 / R \right] \quad (1)$$

利用点源函数，对源的位置进行积分可得到单

条裂缝的源函数为:

$$S(x, y, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-0.5x_f}^{0.5x_f} dy_w \int_{-0.5L \cos \theta}^{0.5L \cos \theta} \frac{1}{8\sqrt{R}(\pi^3 \eta^3 t^3)^{1/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{4t\eta} \left[(x - x_{wi} - z_w \tan \theta_i)^2 + (y - y_w)^2 + (z - z_w - 2nh)^2 \right] \right\} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \theta_i} dz_w + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-0.5x_f}^{0.5x_f} dy_w \cdot \int_{-0.5L \cos \theta}^{0.5L \cos \theta} \frac{1}{8\sqrt{R}(\pi^3 \eta^3 t^3)^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{4\eta t} \left[(x - x_{wi} - z_w \tan \theta_i)^2 + (y - y_w)^2 + (z + z_w - h - 2nh)^2 \right] \right\} \times \sqrt{1 + \tan^2 \theta_i} dz_w \quad (2)$$

则单条裂缝的产生的压力降为:

$$\Delta P(x, y, z, t) = \frac{1}{\phi C} \int_0^t q(t - \tau) S(x, y, z, \tau) d\tau \quad (3)$$

对上述表达式进行无因次化, 记

$$S(x_D, y_D, z_D, \tau_D) = \frac{1}{8\sqrt{R}L_D x_{fD} \tau_D} \cdot \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1 + y_D}{2\sqrt{\tau_D}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1 - y_D}{2\sqrt{\tau_D}} \right) \right] \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L_D}^{L_D} \exp \left\{ -\frac{(x_D L_D - x_{wDn} L_D - z_{wD} \tan \theta_i)^2}{4x_{fD}^2 \tau_D} + \frac{(z_D - z_{wD} - 4n)^2}{R} \right\} dz_{wD} +$$

$$\frac{1}{8\sqrt{R}L_D x_{fD} \tau_D} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1 + y_D}{2\sqrt{\tau_D}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1 - y_D}{2\sqrt{\tau_D}} \right) \right] \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L_D}^{L_D} \exp \left\{ -\frac{(x_D L_D - x_{wDn} L_D - z_{wD} \tan \theta_i)^2}{4x_{fD}^2 \tau_D} + \frac{(z_D + z_{wD} - 2 - 4n)^2}{R} \right\} dz_{wD} \quad (4)$$

则任意倾角下单条裂缝在地层中产生的无因次压降:

$$p_D = \int_0^{t_D} q_{Di} S(x_D, y_D, z_D, \tau_D) d\tau_D \quad (5)$$

2.2.2 多条裂缝情况下的压力降

在单条裂缝的情况下, 再利用叠加原理考虑裂缝之间的干扰, 则地层中任意一点由于压裂水平井产生的无因次压力降可表示为:

$$p_D = \sum_{j=1}^N q_{Dj} p_{Dj}(x_D, y_D, z_D, t_D, x_{wDj}) \quad (6)$$

$$p_{Dj} = \int_0^{t_D} S_{yD} (S_{xzD1} + S_{xzD2}) d\tau_D \quad (7)$$

$$S_{yD} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1 + y_D}{2\sqrt{t_D}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1 - y_D}{2\sqrt{t_D}} \right) \right] \quad (8)$$

$$S_{xzD1} = \frac{1}{4L_D x_{fD} \tau_D \sqrt{R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L_D}^{L_D} \exp \left\{ -\frac{1}{4x_{fD}^2 \tau_D} \left[(x_D L_D - x_{wDj} L_D - z_{wD} \tan \theta_j)^2 + (z_D - z_{wD} - 4n)^2 / R \right] \right\} dz_{wD} \quad (9)$$

$$S_{xzD2} = \frac{1}{4L_D x_{fD} \tau_D \sqrt{R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L_D}^{L_D} \exp \left\{ -\frac{1}{4x_{fD}^2 \tau_D} \left[(x_D L_D - x_{wDj} L_D - z_{wD} \tan \theta_j)^2 + (z_D + z_{wD} - 2 - 4n)^2 / R \right] \right\} dz_{wD}$$

$$\left[\left(x_D L_D - x_{wDj} L_D - z_{wD} \tan \theta_j \right)^2 + \left(z_D + z_{wD} - 2 - 4n \right)^2 / R \right] dz_{wD} \quad (10)$$

把 $x_D = x_{wDi}$, $y_D = z_D = 0$ 代入(6)-(10), 则得到了压裂水平井井底的无因次压降:

$$p_{wDi} = \sum_{j=1}^N q_{Dj} p_{wDij}(x_{wDi}, 0, 0, t_D, x_{wDj}) \quad (11)$$

$$p_{wDij} = \int_0^{t_D} (S_{xzD1} + S_{xzD2}) S_{yD} d\tau \quad (12)$$

$$S_{yD} = \text{erf} \left(\frac{1}{2\sqrt{\tau_D}} \right) \quad (13)$$

$$S_{xzD1} = \frac{1}{4L_D x_{jD} \tau_D \sqrt{R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L_D}^{L_D} \exp \left\{ -\frac{1}{4x_{jD}^2 \tau_D} \left[\left(x_{wDi} L_D - x_{wDj} L_D - z_{wD} \tan \theta_j \right)^2 + \left(z_{wD} + 4n \right)^2 / R \right] \right\} dz_{wD} \quad (14)$$

$$S_{xzD2} = \frac{1}{4L_D x_{jD} \tau_D \sqrt{R}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L_D}^{L_D} \exp \left\{ -\frac{1}{4x_{jD}^2 \tau_D} \left[\left(x_{wDi} L_D - x_{wDj} L_D - z_{wD} \tan \theta_j \right)^2 + \left(z_{wD} - 2 - 4n \right)^2 / R \right] \right\} dz_{wD} \quad (15)$$

对于无限导流水平井, 则有 $p_{wD} = p_{wDi}$

$$\begin{cases} p_{wDi} = p_{wDi+1} & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ \sum_{i=1}^N q_{Di} = 1 \end{cases} \quad (16)$$

求解方程组(16)即可得到压裂水平井随生产时间变化的瞬时井底压力。

上述方程中的无因次参数定义如下:

$$x_D = \frac{x}{0.5L \cos \theta} \quad y_D = \frac{y}{0.5x_f}$$

$$z_D = \frac{z}{0.5h}$$

$$t_D = \frac{K_h t}{\phi \mu C (0.5x_f)^2}$$

$$L_D = \frac{L \cos \theta}{h} \quad x_{fD} = \frac{x_f}{h}$$

$$p_{Di}(x_D, y_D, z_D, t_D) = \frac{2\pi K_h h}{q_{Di} \mu} \Delta p(x, y, z, t)$$

$$R = \frac{K_v}{K_h}$$

$$q_{Di} = q_i \times L \times x_f / q_w \quad \sum_{i=1}^m q_{Di} = 1$$

2.3 考虑井筒存储和表皮效应时水平井井底压力的计算方法

上述计算的水平井井底压力并没有考虑井筒存储和污染的影响。在Laplace空间利用Duhamel原理, 引入无因次井筒存储系数 C_D 和总表皮系数 $S^{[16]}$, 得到Laplace空间解的关系如下:

$$\overline{p_{wD}}(z) = \frac{\overline{z p_{wD}}(z) + S}{z \left\{ 1 + C_D z \left[\overline{z p_{wD}}(z) + S \right] \right\}} \quad (17)$$

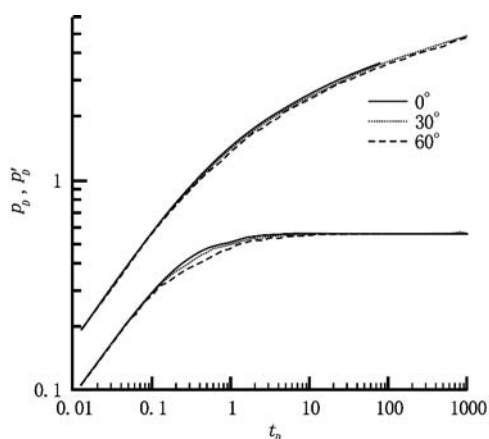
在Laplace空间计算得到水平井井底压力之后, 再利用Stehfest数值反演方法^[17], 便可得到真实空间内考虑井筒存储效应和表皮系数的压力 p_D 。

3 压力动态分析

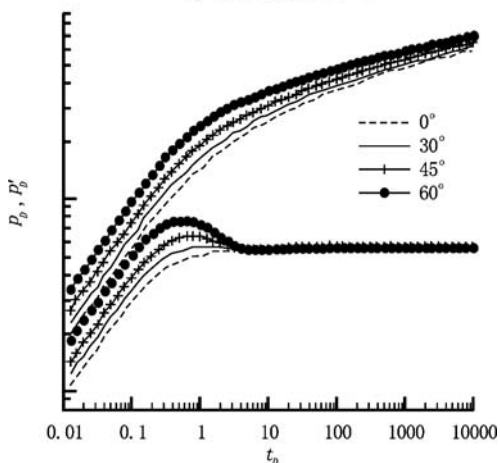
3.1 单条裂缝倾角大小对压力响应的影响

考虑无限大地层中一条裂缝穿过水平井, 不同倾角对井底压力动态的影响。计算结果如图3所示,

当地层各向同性 ($R=1$)时, 倾角大小不同使裂缝周围由线性流动向径向流动的过渡时间有所不同, 裂缝的倾角越大, 过渡段的时间越长。而当考虑地层各向异性时($R \neq 1$), 裂缝倾角大小对压裂水平井的早期压力动态影响显著。裂缝偏离垂向的倾角越大, 则垂向渗透率的影响越明显, 在定产量生产时, 早期段所需的压降也越大; 且当裂缝倾角越大时, 压降变化幅度随着角度增加而越大。所以在垂向渗透率比较低的地层, 考虑裂缝倾角的大小是非常必要的。



(a) 各向同性地层 $R=1$



(b) 地层各向异性 $R=0.1$

图3 单条裂缝不同倾角时压裂水平井的压力动态

3.2 多条裂缝倾角大小对压力动态的影响

考虑无限大地层水平井穿过三条等距平行的裂缝如图4所示。基本参数定义如下:

$$L_D = \cos \theta; \quad x_{fd} = 1;$$

$$x_{wD} = (-10 / \cos \theta, 0, 10 / \cos \theta);$$

$$\theta = [0, 30, 60]$$

裂缝长度相同, 裂缝间距为裂缝半长的10倍, 平行裂缝倾角的大小分别为 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 情况下压裂水平井井底的压力动态如图5所示。

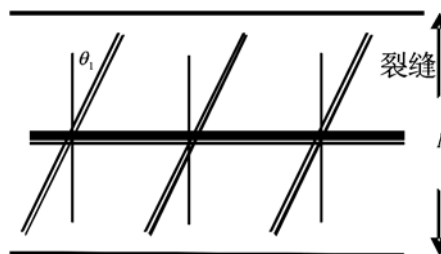


图4 三条平行裂缝不同倾角示意图

由图5可以看出, 同单条裂缝相似, 在各向同性的情况下, 裂缝倾角的大小主要影响压力动态曲线四个阶段(第一线性流段, 第一径向流阶段, 第二线性流段和第二径向流段)中的第一线性流到第一径向流的过渡段; 随着裂缝倾角的增加, 则过渡段的时间越长。当考虑各向异性地层时($R=0.1$), 裂缝倾角大小对压裂水平井的早期压力动态影响显著。偏离垂向的角度越大, 定产量生产情况下, 早期段所需的压降也越大; 且当裂缝倾角越大时, 压降的变化幅度随角度的增加而越大。

3.3 裂缝穿透地层的程度对压裂水平井压力响应的的影响

用裂缝垂向距离与地层厚度的比值来表征裂缝穿透地层的程度。图6为裂缝穿透程度不同(0.6、0.8、1)时的压力及压力导数曲线。裂缝穿透地层的程度越小, 产生的压差便越大; 压力导数曲线则在保持形状不变的情况下, 向左平移, 表明水平井的各个流动阶段出现的时间也就越早。

3.4 裂缝不同间距对压裂水平井压力响应的的影响

图7为无限大地层三条裂缝穿过水平井时, 改变裂缝之间的距离(无因次间距为2.5、5、10、15), 横向多条裂缝的双对数压力及压力导数曲线。可以看出当裂缝的间距比较小时, 裂缝周围的径向流被覆盖了, 直接过渡到第二径向流动阶段; 随着裂缝之间的距离的增大, 则裂缝周围的第一径向流动越明显, 持续的时间也越长, 而达到第二径向流动时时间也越晚。

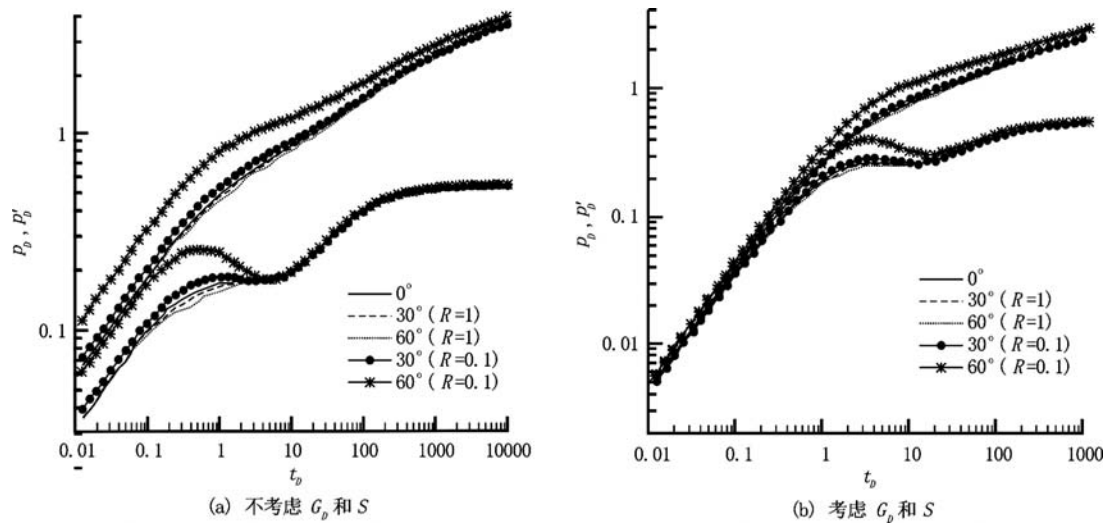


图5 三条平行裂缝不同倾角下压裂水平井的压力动态

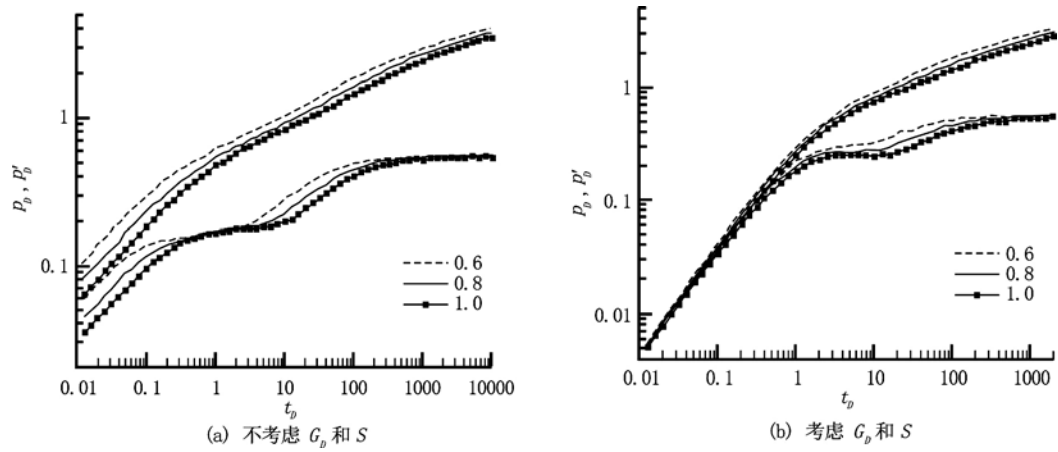


图6 穿透度不同时水平井压力动态

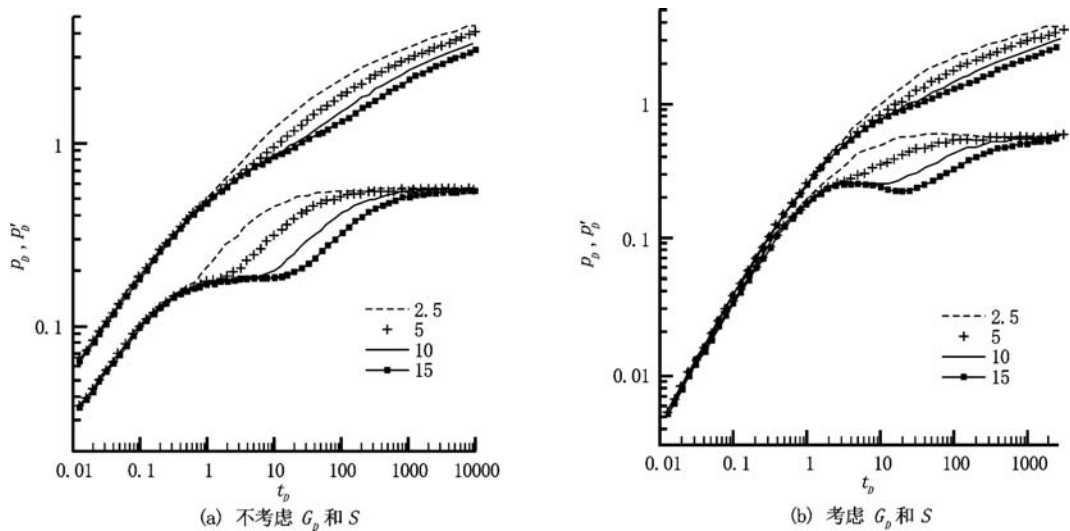


图7 不同间距下水平井压力动态

4 结论

(1)采用点源函数及叠加原理建立了均质各向异性油藏不同倾角下压裂水平井的试井解释模型,利用数值Laplace变换及数值Laplace反演得到考虑井筒存储和污染的压裂水平井井底压力解。

(2)在各向同性地层,压裂水平井中裂缝的倾角主要影响由第一线性流到第一径向流的过渡阶段,倾角越大,达到第一径向流的时间也越长;在各向异性地层中,裂缝倾角的大小对压裂水平井的早期压力动态影响较显著;偏离垂向的倾角越大,早期段所需的压降也越大;且当裂缝倾角越大时,随着角度增加相应的压降增加幅度越大。

(3)裂缝穿透地层的程度不同,对水平井的流动形态没有影响,只是穿透程度越小,则各流动形态出现的时间就越早;裂缝之间的间距直接影响流动形态,只有达到一定的间距才会出现裂缝周围的径向流,间距越大则径向流持续的时间越长。

(4)考虑到任意倾角时不能直接采用Newman乘积法,而只能直接利用点源的积分得到,所以计算时间比较长,计算速度还有待提高。

参 考 文 献:

- [1] 卫五洲, 卢德堂. 考虑表皮的射孔水平井产能评价[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2007, 22 (6): 696-702.
WEI Wu-zhou, LU De-tang. Evaluation of perforated horizontal well consideration of skin factor[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser.A, 2007, 22(6): 696-702.
- [2] 宋付权, 刘慈群, 张慧生. 低渗透油藏中水平井两相渗流分析[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2002, 17 (2): 181-188.
SONG Fu-quan, LIU Ci-qun, ZHANG Hui-sheng. Analysis of two-phase percolation of horizontal well in low-permeability porous media[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser.A, 2002, 17(2): 181-188.
- [3] 姜瑞忠, 陶磊, 张娜, 等. 低渗非均质油藏水平井油水两相产能分析[J]. 中国矿业大学学报, 2008, 37(3): 384-388.
JIANG Rui-zhong, TAO Lei, ZHANG Na, et al. Analysis of Production for Two-Phase Horizontal Wells in Low Permeability Heterogeneous Reservoirs[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2008, 37(3): 384-388.

- [4] 王小秋, 汪志明, 魏建光. 井筒与油藏耦合条件下水平井变质量流动规律研究[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2005, 20(3): 326-331.
WANG Xiao-qiu, WANG Zhi-ming, WEI Jian-guang. Investigation of variable mass flow in horizontal well with perforation completion coupling reservoir[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser.A, 2005, 20(3): 326-331.
- [5] 曾凡辉, 郭建春, 徐严波, 等. 压裂水平井产能影响因素[J]. 石油勘探与开发, 2007, 34(4): 474-477.
ZENG Fan-Hui, GUO Jian-Chun, XU Yan-Bo, et al. Fractures affecting production capacity of fractured horizontal wells[J]. Petroleum Exploration and Development, 2007, 34(4): 474-477.
- [6] 李廷礼, 李春兰, 吴英, 等. 低渗透油藏压裂水平井产能计算新方法[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2006, 30(2): 48-52.
LI Ting-li, LI Chun-Lan, WU Ying, et al. A new way to calculate fractured horizontal wells productivity in low permeability oil reservoirs[J]. Journal of China University of Petroleum, 2006, 30(2): 48-52.
- [7] ZERZAR A, TIAB D, BETTAM Y. Interpretation of Multiple Hydraulically Fractured Horizontal Wells[C]. Paper SPE 88707, 2004, 1-13.
- [8] YOST A B, OVERBY W K. Production and Stimulation Analysis of Multiple Hydraulic Fracturing of a 2000 ft Horizontal Well[C]. Paper SPE19090, 1989, 1-14.
- [9] 张学文, 方宏长, 裘怿楠, 等. 低渗透率油藏压裂水平井产能影响因素[J]. 石油学报, 1999, 20(4): 51-55.
ZHANG Xue-wen, FANG Hong-chang, Qiu ZHE-nan, et al. A study on factors affecting the performance of hydraulically fractured horizontal well in low permeability reservoirs[J]. Acta Petrolei Sinica, 1999, 20(4): 51-55.
- [10] GUO G, EVANS R D. Pressure-Transient Behavior and Inflow Performance of Horizontal Wells Intersecting Discrete Fractures[C]. Paper SPE26446, 1993, 307-323.
- [11] HORNE R N, TEMENG K O. Relative Productivities and Pressure Transient Modeling of Horizontal Wells With Multiple Fractures[C]. Paper SPE29891, 1995, 563-574.
- [12] 李笑萍. 穿过多条垂直裂缝的水平井渗流问题及压降曲线[J]. 石油学报, 1996, 4(17): 91-97.
LI Xiao-ping. Fluid flow through pay zones in relation to draw-down profiles in a horizontal well intersection several vertical fractures[J]. Acta Petrolei Sinica, 1996, 4(17): 91-97.
- [13] 李军诗, 侯建峰, 胡永乐, 等. 压裂水平井不稳定渗流分析[J]. 石油勘探与开发, 2008, 35(1): 92-96.

- LI Jun-shi, HOU Jian-feng, HU Yong-le, et al. Performance analysis of unsteady porous flow in fractured horizontal wells[J]. *Petroleum Exploration and Development*, 2008, 35(1): 92-96.
- [14] 李树松, 段永刚, 陈伟, 等. 压裂水平井多裂缝系统的试井分析[J]. *大庆石油地质与开发*, 2006, 25(3): 67-78.
- LI Shu-song, DUAN Yong-gang, CHEN Wei, et al. Well Testing Analysis of Fractured Horizontal Well[J]. *Petroleum Geology & Oil Field Development in Daqing*, 2006, 25(3): 67-78.
- [15] GRINGARTEN A C. The use of source and green's function in solving unsteady flow problems in reservoirs[C]. *SPE3818*, 1973,13(5):285-296.
- [16] 姚军, 李爱芬. 单孔隙介质渗流问题的统一解[J]. *水动力学研究与进展*, A辑, 1999, 14(3): 317-324.
- YAO Jun, LI Ai-fen. General Solution for Seepage Flow in Single Porous Medium[J]. *Journal of Hydrodynamics, Ser. A*, 1999, 14(3): 317-324.
- [17] 同登科, 陈钦雷. 关于Laplace数值反演stehfest方法的一点注记[J]. *石油学报*, 2001, 22(6): 91-92.
- TONG Deng-ke, CHEN Qin-lei. Remark on Stehfest numerical inversion of Laplace transforms [J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2001, 22(6): 91-92.